

TP n°8

Étude du lissage d'une tension dans un circuit RC

MPSI 2 – 2024/2025

1 Étude expérimentale

On souhaite étudier la réponse de u_C à une excitation créneau entre 0 et 5 V. On choisira $C = 100$ nF et $R = 10$ k Ω .

Expérience

Observer la tension aux bornes du condensateur à l'oscilloscope.

- en utilisant $f = 1/(20RC)$, mesurer rapidement à l'aide des curseurs le temps τ à la charge et à la décharge du condensateur ;
- pour quelques fréquences entre $f = 1/RC$ et $20/RC$, mesurer l'amplitude d'oscillation de u_C et sa fréquence.

2 Étude numérique

2.1 Principe général

2.1.1 Intégration numérique

Numériquement, il n'est pas possible de calculer explicitement la fonction $u_C(t)$. Pour tendre vers cela, le but est de calculer u_C pour de nombreux instants rapprochés. On constitue alors un tableau contenant :

$$0, \Delta t, \dots, N \times \Delta t$$

et le but est de calculer les valeurs de u_C correspondantes :

$$u_C(0), u_C(\Delta t), \dots, u_C(N \times \Delta t)$$

La grandeur Δt est purement numérique et est appelée **pas de temps**. Pour que la résolution numérique soit valide, il faut que Δt soit beaucoup plus petit que le temps typique d'évolution, ici $\tau = RC$.

2.1.2 La méthode d'Euler

On peut exprimer la dérivée d'une fonction f comme :

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

Ainsi, si Δt est assez petit :

$$f(t + \Delta t) = f(t) + \Delta t \times \frac{df}{dt}(t)$$

En électrocinétique, on a montré que :

$$\frac{du_C}{dt}(t) = \frac{e(t) - u_C(t)}{\tau}$$

Ainsi :

$$u_C(t + \Delta t) = u_C(t) + \Delta t \times \left(\frac{e(t) - u_C(t)}{\tau} \right)$$

Soit :

$$u_C((i+1)\Delta t) = u_C(i\Delta t) + \Delta t \times \left(\frac{e(i\Delta t) - u_C(i\Delta t)}{\tau} \right)$$

On calcule de proche en proche les valeurs de u_C à partir de la donnée de la condition initiale.

2.2 Mise en œuvre

La résolution numérique peut se faire avec n'importe quel langage de programmation (et même avec un tableur dans des situations simples). Nous allons la mettre en œuvre avec Python.

2.2.1 Utilisation de numpy et de matplotlib

Activité notebook.

2.2.2 Préambule du programme

On doit utiliser les bibliothèques `numpy`, pour pouvoir réaliser des calculs sur des tableaux et `matplotlib.pyplot` pour réaliser des tracé de courbes.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

2.2.3 La fonction créneau

Nous définissons une fonction créneau qui correspond à l'excitation imposée e .

```
def creneau(t):
    if t%T<0.5*T :
        return E0
    else :
        return 0
```

2.2.4 Résolution de l'équation différentielle

Initialisation. Un programme python interprète ligne à ligne. Avant d'utiliser T , τ , etc. vous devez les définir et leur donner une valeur !

- On prendra $N = 20\,000$ pour le nombre de points de calcul.
- On prendra $T = 20\tau$ pour commencer et $E_0 = 5\text{ V}$.
- Définissez la fonction créneau.

Temps. Définir un `np.array` de $N + 1$ points contenant les valeurs de t allant de 0 à $t_{\max} = 20\tau$ ($\tau = RC$). Le pas de temps est alors $\tau/1000$.

Initialisation de u_C . Définir un `np.array` de $N + 1$ zéros. Ce tableau contiendra les valeurs de u_C . Définir la condition initiale (on pourra prendre $u_C(0) = 0$ pour commencer mais vous pouvez faire ce que vous voulez).

Calcul des différents u_C . Mettre en œuvre une boucle sur la position `i` dans le tableau, sachant que :

$$u_C((i+1)\Delta t) = u_C(i\Delta t) + \Delta t \times \left(\frac{e(i\Delta t) - u_C(i\Delta t)}{\tau} \right)$$

Affichage. Affichez $u_C(t)$ (puis $e(t)$). Vous pouvez désormais procéder aux mêmes mesures qu'expérimentales : faites varier la fréquence, l'amplitude et la condition initiale.

Question subsidiaire : Faire varier expérimentalement et numériquement le rapport cyclique.