T3 : SECOND PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE - MACHINES THERMIQUES

Exercice 1 : Méthode des mélanges dans un calorimètre

Un calorimètre de capacité thermique $C = 150 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ contient initialement une masse $m_1 = 200 \text{ g}$ d'eau à $\theta_1 = 20,0^\circ \text{C}$, en équilibre thermique avec le calorimètre. On plonge dans l'eau un bloc de fer de masse $m_2 = 100 \text{ g}$ initialement à la température $\theta_2 = 80,0^\circ \text{C}$.

1. Calculer la température d'équilibre T_f .
2. Calculer la variation d'entropie de l'eau, du fer et du calorimètre.
3. En déduire l'entropie créée au cours de la transformation. Celle-ci est-elle réversible ?

On donne $c_{\text{Fe}} = 452 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $c_{\text{eau}} = 4185 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. La variation d'entropie d'une phase condensée au cours d'une transformation est :

$$\Delta S = C \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

où C désigne sa capacité thermique.

Exercice 2 : Détente de Joule - Gay Lussac

Un récipient A, calorifugé, de volume $V_A = 1 \text{ L}$, contient un gaz parfait diatomique à $P_0 = 2 \text{ bar}$ et à $T_0 = 298 \text{ K}$. On le met en communication, grâce à un robinet, avec un récipient B, de volume $V_B = 5 \text{ L}$, vide et dont les parois sont également calorifugées. Les parois des récipients sont immobiles.

1. Faire un schéma de la situation.
2. Déterminer la variation d'énergie interne du système total $\{A + B\}$ au cours de la transformation.
3. En déduire la température après la détente du gaz, puis la pression.
4. Démontrer que la transformation est irréversible.

La variation d'entropie d'un gaz parfait au cours d'une transformation est :

$$\Delta S = C_V \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Exercice 3 : Corps en contact avec n thermostats – transformations quasi-statiques

Un métal de capacité thermique C passe de la température initiale $T_i = T_0$ à la température finale $T_f = T_n$ par contacts successifs avec une suite de n thermostats, de températures $(T_k)_{k \in \{1, \dots, n\}}$ étagées entre T_1 et T_f . On prendra le rapport $T_{k+1}/T_k = \alpha$ constant.

1. Exprimer pour l'étape n° k la variation d'entropie du corps ΔS_k , en fonction de C et α .
2. Calculer le transfert thermique reçu par le métal sur cette étape en fonction de T_k et T_{k-1} , puis l'entropie échangée $S_{e,k}$ en fonction de C et α .
3. Calculer la variation d'entropie du corps ΔS , l'entropie échangée S_e , ainsi que l'entropie créée S_c sur l'ensemble en fonction de C , α et n .
4. Montrer alors que :

$$S_c \approx \frac{C}{2n} \left(\ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \right)^2$$

lorsque $n \rightarrow +\infty$. Commenter. On donne le développement limité $\exp(x) = 1 + x + x^2/2$ pour x petit devant 1.

Exercice 4 : Question de cours : efficacité de Carnot

1. Énoncer (sans démonstration) le premier principe pour une machine ditherme.
2. Énoncer (sans démonstration) l'inégalité de Clausius pour une machine ditherme.
3. Indiquer sans démonstration le sens des transferts thermiques et du travail pour les machines dithermes suivantes :
 - moteur,

- réfrigérateur,
 - pompe à chaleur.
4. Pour un moteur, établir l'expression du rendement de Carnot.
 5. Faire de même pour une pompe à chaleur.

Exercice 5 : Moteur à explosion – Cycle de Beau de Rochas

Dans un moteur à explosion, n moles de gaz parfait subit le cycle de Beau de Rochas, composé de deux adiabatiques et de deux isochores :

- compression adiabatique de l'état (P_1, V_1, T_1) à l'état (P_2, V_2, T_2) ;
- échauffement isochore de l'état (P_2, V_2, T_2) à l'état (P_3, V_3, T_3) ;
- détente adiabatique de l'état (P_3, V_3, T_3) à l'état (P_4, V_4, T_4) ;
- refroidissement isochore qui ramène le fluide à l'état initial.

Les transformations sont supposées quasi-statiques.

1. Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V) .
2. Exprimer les travaux et transferts thermiques au cours des différentes étapes en fonction de n , R , γ et des températures. En déduire le rendement théorique r de ce cycle en fonction des températures T_1 , T_2 , T_3 et T_4 .
3. En déduire l'expression de r en fonction du rapport volumétrique $x = \frac{V_1}{V_2}$ et du coefficient adiabatique $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ du fluide.
4. Le piston du cylindre où évolue l'air ($\gamma = 1,4$) a une course $l = 10$ cm, une section $S = 50$ cm² et emprisonne un volume d'air de 100 cm³ en fin de compression. Calculer :
 - (a) le rendement théorique du cycle ;
 - (b) le travail fourni au cours d'un cycle, si l'air est admis à un bar et 300 K et si la température maximale est de 900 K.

Exercice 6 : Étude d'un moteur de Stirling

Un cycle de Stirling est formé de deux isothermes ($T_1 < T_2$) et de deux isochores ($V_1 < V_2$) alternées. Le cycle est décrit de façon quasistatique dans le sens moteur par n moles de gaz parfait caractérisé par le coefficient γ supposé constant.

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. En fonction des températures T_1 et T_2 , du taux de compression $a = \frac{V_2}{V_1}$ et de n , R et γ , établir les expressions :
 - (a) de la quantité de chaleur reçue par le système au cours d'un cycle (notée Q_2 et égale à $Q_{12} + Q_{23}$) ;
 - (b) de la quantité de chaleur cédée par le système au cours d'un cycle (notée Q_1 et égale à $Q_{34} + Q_{41}$) ;
 - (c) du rendement thermodynamique de ce cycle.
3. On admet que la chaleur fournie au fluide lors du chauffage isochore est récupérée par un régénérateur lors du refroidissement isochore. Que devient le rendement ? Comparer ce rendement à celui de Carnot. Que peut-on en déduire sur l'entropie créée au cours du cycle ?