M4 : Approche énergétique du mouvement

Exercice 1 : Sortie d'agglomération

On considère une voiture sur une route rectiligne à la vitesse $v_0 = 50\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. En sortie d'agglomération, elle subit une accélération constante égale à $a_0 = 0{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ jusqu'à atteindre $v_1 = 80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, grâce à une force de propulsion $\vec{F} = ma_0\vec{u_x}$. Quelle est la distance parcourue pendant la phase d'accélération (formule littérale puis AN) ?

Exercice 2 : Distance de freinage

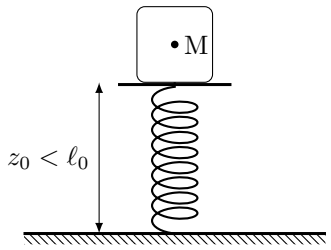
Une voiture de 1000 kg roulant à $50\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ s'immobilise sur une route rectiligne et horizontale au bout de 40 m. En supposant que la force entre le sol et la voiture est constante, déterminer l'amplitude de cette force, puis la distance de freinage à $80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

On exprimera le résultat sous la forme d'une expression littérale (en introduisant les notations manquantes) avant de réaliser l'application numérique.

Exercice 3 : Utilisation du théorème de l'énergie mécanique

Dans chacune des situations, les frottements sont négligés. On exprimera le résultat sous la forme d'une expression littérale (en introduisant les notations manquantes) avant de réaliser l'application numérique. On donne $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Un objet est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 2$ m. Déterminez sa vitesse d'impact au sol.
2. Un objet est lancé avec une vitesse initiale $v_0 = 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ vers le haut d'une hauteur $h = 2$ m. Déterminez sa vitesse d'impact au sol.
3. Un pendule simple de 1 mètre est écarté de sa position initiale d'un angle $\theta_0 = 40°$. Déterminer sa vitesse maximale.
4. On place une masse de 20 g sur un support de masse négligeable relié au sol via un ressort de raideur $k = 15\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ et de longueur à vide $\ell_0 = 10$ cm.



À $t = 0$, on comprime le ressort à la longueur $z_0 = \ell_0/2$.

(a) Exprimer l'énergie mécanique de l'ensemble masse-ressort en fonction de m, g, k, ℓ_0, sa vitesse et son altitude.

(b) À quelle condition sur z_0 la masse peut-elle être éjectée ?

(c) Dans ce cas, à quelle hauteur arrive le projectile ?

Exercice 4 : Saut à l'élastique

Alice pèse 50 kg. Elle saute à l'élastique depuis le pont de Ponsonnas (103 m), avec un élastique de 30 m. Lors de son saut, l'élastique atteint une extension maximale de 80 m. Bob pèse quant à lui 75 kg et saute après Alice. Doit-il changer d'élastique ?

Exercice 5 : Looping

On considère une petite bille de masse m pouvant se déplacer sur le tremplin ci-dessous, sans frottements. On cherche la hauteur h nécessaire pour pouvoir réaliser un looping.

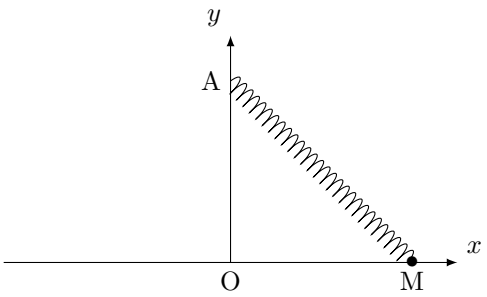
1. On suppose que $h = 2R$. Justifier que la condition pour effectuer le looping n'est pas remplie.
2. On considère désormais le cas général ($h \neq 2R$ quelconque). On s'intéresse au mouvement circulaire dans la partie droite.
   (a) Exprimer la vitesse v_0 au point le plus bas ($\theta = 0$), en fonction de g et h.
   (b) Montrer que la norme de la réaction normale vérifie :
   $$N = mR\dot{\theta}^2 + mg\cos\theta$$
   (c) Montrer que :
   $$\frac{v_0^2}{2R} = \frac{R\dot{\theta}^2}{2} + g\,(1 - \cos\theta)$$
   En déduire l'expression de N en fonction de m, g, R, v_0 et θ.
   (d) Que doit vérifier N pour réussir le looping ?
   (e) En déduire la condition de réussite du looping (sur h).

Exercice 6 : La Planche des Belles Filles

La Planche des Belles Filles est une montée célèbre du tour de France de 5,9 km à 8,5 %. Le cycliste franc-comtois Thibaut Pinot l'a grimpé en 16 minutes et 59 secondes. Estimer la puissance moyenne développée pendant l'ascension.

Exercice 7 : Position d'équilibre d'un ressort

On considère une masse m astreinte à se déplacer uniquement suivant l'axe (Ox) sous l'action d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Le point A est fixe et on note a la distance (OA).



1. Montrer que l'énergie potentielle du système vaut
   $$E_p(x) = \frac{k}{2}\left(\sqrt{a^2 + x^2} - l_0\right)^2$$
2. On considère $a < \ell_0$. Déterminer les positions d'équilibre et leurs positions. Quel sont les mouvements possibles (qualitativement) ?
3. Mêmes questions pour $a > \ell_0$.