Interrogation de cours n°9

28 novembre 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Définir le régime sinusoïdal forcé et donner la forme générale du signal de réponse $u(t)$ lorsque $e(t)$ est à la pulsation ω.

Lorsqu'un système est soumis à une excitation sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, le régime sinusoïdal forcé correspond au régime établi après la disparition du régime transitoire. Le signal $u(t)$ est alord de la forme :

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

2. Définir le signal complexe et l'amplitude complexe associée au signal réel $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$.

Le signal complexe associé au signal réel proposé est :

$$\underline{u}(t) = U e^{\mathrm{j}(\omega t + \varphi)}$$

L'amplitude complexe associé au signal réel proposé est $\boxed{\underline{U} = U \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}}$ (de telle façon à ce que $\underline{u}(t) = \underline{U} e^{\mathrm{j}\omega t}$).

Interrogation de cours n°9

28 novembre 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Définir le régime sinusoïdal forcé et donner la forme générale du signal de réponse $u(t)$ lorsque $e(t)$ est à la pulsation ω.

Lorsqu'un système est soumis à une excitation sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, le régime sinusoïdal forcé correspond au régime établi après la disparition du régime transitoire. Le signal $u(t)$ est alord de la forme :

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

2. Donner l'amplitude réelle et la phase correspondant à l'amplitude complexe $\underline{U}$.

L'amplitude complexe est :

$$\underline{U} = U e^{\mathrm{j}\varphi}$$

On obtient donc l'amplitude réelle en prenant le module de l'amplitude complexe : $U = |\underline{U}|$ et la phase en prenant son argument : $\varphi = \arg(\underline{U})$.

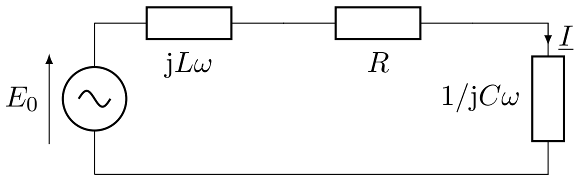
3. Exprimer la dérivée d'un signal complexe $\underline{u}$.

Dériver un signal complexe revient à le multiplier par jω. Par exemple, pour une grandeur $\underline{u}(t) = \underline{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$:

$$\frac{\mathrm{d}\underline{u}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{j}\omega\underline{u}$$

4. Déterminer avec démonstration l'amplitude réelle du courant dans un circuit RLC série en RSF.

On refait le circuit en remplacant les composants passifs (R, L et C) par leurs impédances et les tensions par leurs amplitudes complexes :



$$\underline{I} = \frac{E_0}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}} = \frac{E_0}{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega} + R + \mathrm{j}L\omega} \quad \text{donc} \quad \boxed{\underline{I} = \frac{E_0/R}{-\frac{\mathrm{j}}{RC\omega} + 1 + \mathrm{j}\frac{L}{R}\omega}}$$

Ainsi :

$$\boxed{I = |\underline{I}| = \frac{E_0/R}{\sqrt{1 + \left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)^2}}}$$

5. Définir le phénomène de résonance.

Le phénomène de résonance correspond à l'existence d'une pulsation ω_R non nulle telle que l'amplitude du signal soit maximale.

---

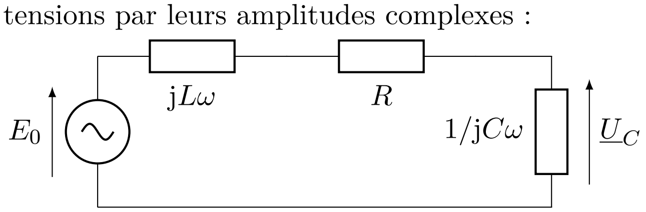
3. Exprimer la dérivée d'un signal complexe $\underline{u}$.

Dériver un signal complexe revient à le multiplier par jω. Par exemple, pour une grandeur $\underline{u}(t) = \underline{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$:

$$\frac{\mathrm{d}\underline{u}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{j}\omega\underline{u}$$

4. Déterminer avec démonstration l'amplitude réelle de $u_C(t)$ dans un circuit RLC série en RSF.

On refait le circuit en remplacant les composants passifs (R, L et C) par leurs impédances et les tensions par leurs amplitudes complexes :



$$\underline{U_C} = \frac{1/\mathrm{j}C\omega}{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega} + R + \mathrm{j}L\omega}E_0 \quad \text{donc} \quad \boxed{\underline{U_C} = \frac{E_0}{1 + \mathrm{j}RC\omega - \omega^2 LC}}$$

Ainsi :

$$\boxed{U_C = |\underline{U_C}| = \frac{E_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}}$$

5. Définir la bande passante.

La bande passante correspond à l'ensemble des pulsations telles que

$$|\underline{U}(\omega)| > \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$