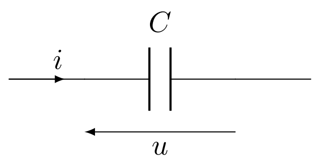
Interrogation de cours n°6

4 novembre 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner, en définissant courant et tension sur un schéma, la relation courant-tension d'un condensateur.

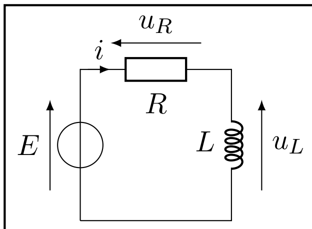


La relation courant-tension d'un condensateur est, en convention récepteur

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

C est appelée capacité du condensateur.

2. Établir l'équation différentielle du courant i dans le circuit suivant.



On écrit la loi des mailles $u_L + u_R = E$. Or, en convention récepteur $u_R = Ri$ et $u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ donc :

$$Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = E \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}}$$

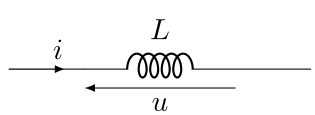
Interrogation de cours n°6

4 novembre 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner, en définissant courant et tension sur un schéma, la relation courant-tension d'une bobine.

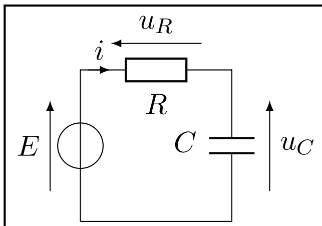


La relation courant-tension d'une bobine est, en convention récepteur

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

L est appelée inductance de la bobine.

2. Établir l'équation différentielle de la tension u_C dans le circuit suivant.



On écrit la loi des mailles $u_C + u_R = E$. Or, en convention récepteur $u_R = Ri$ et $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ donc :

$$u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = E \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}}$$

3. Résoudre l'équation $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ pour $u_C\left(0^+\right) = 0$.

On écrit l'équation homogène $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = 0$. Sa solution générale est $u_C(t) = K\exp\left(-t/\tau\right)$. On recherche une solution particulière. Posons $u_C(t) = \lambda$. On a $0 + \dfrac{\lambda}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ soit $\lambda = E$. La solution générale de l'équation différentielle est donc $u_C(t) = E + K\exp\left(-t/\tau\right)$. Ainsi $u_C(0) = E + Ke^0 = E + K$. Or $u_C(0) = 0$ donc $K = -E$. Finalement :

$$\boxed{u_C(t) = E - E\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

4. Définir le régime permanent. Comment se comporte une bobine en régime permanent ?

En régime permanent, tensions et courants sont constants, ils ne dépendent pas du temps.
En régime permanent, la tension aux bornes d'une bobine est nulle : elle se comporte comme un fil.

5. Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine.

L'énergie emmagasinée dans une bobine d'inductance L parcourue par un courant i est :

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$$

---

3. Résoudre l'équation $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i}{\tau} = \dfrac{E}{L}$ avec $\tau = L/R$ pour $i\left(0^+\right) = 0$.

On écrit l'équation homogène $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i}{\tau} = 0$. Sa solution générale est $i(t) = K\exp\left(-t/\tau\right)$. On recherche une solution particulière. Posons $i(t) = \lambda$. On a $0 + \dfrac{i}{\tau} = \dfrac{E}{L}$ soit $\lambda = E\tau/L = E/R$. La solution générale de l'équation différentielle est donc $i(t) = E/R + K\exp\left(-t/\tau\right)$. Ainsi $i(0) = E/R + Ke^0 = E + K$. Or $i(0) = 0$ donc $K = -E/R$. Finalement :

$$\boxed{u_C(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

4. Définir le régime permanent. Comment se comporte un condensateur en régime permanent ?

En régime permanent, tensions et courants sont constants, ils ne dépendent pas du temps.
En régime permanent, le courant dans un condensateur est nul : il se comporte comme un interrupteur ouvert.

5. Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur.

L'énergie stockée dans un condensateur de capacité C chargé sous une tension U est :

$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}CU^2$$