Interrogation de cours n°15

30 janvier 2025

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner l'expression de la force de Lorentz, en définissant chaque grandeur.

La force de Lorentz $\vec{F}$ est :

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

pour une charge q de vitesse $\vec{v}$, plongée dans un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$.

2. Pour $\vec{E} = E_0\vec{u_z}$, donner l'énergie potentielle et le potentiel électrique associé.

À partir du travail élémentaire

$$\delta W = qE_0\vec{u_z} \cdot (\mathrm{d}x\vec{u_x} + \mathrm{d}y\vec{u_y} + \mathrm{d}z\vec{u_z}) = qE_0\mathrm{d}z$$

on en déduit $\boxed{E_p = -qE_0 z}$. Le potentiel électrique correspondant est $\boxed{V(z) = -E_0 z}$

Interrogation de cours n°15

30 janvier 2025

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner l'expression de la force de Lorentz, en définissant chaque grandeur.

La force de Lorentz $\vec{F}$ est :

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

pour une charge q de vitesse $\vec{v}$, plongée dans un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$.

2. Pour $\vec{E} = E_0\vec{u_x}$, donner l'énergie potentielle et le potentiel électrique associé.

À partir du travail élémentaire

$$\delta W = qE_0\vec{u_x} \cdot (\mathrm{d}x\vec{u_x} + \mathrm{d}y\vec{u_y} + \mathrm{d}z\vec{u_z}) = qE_0\mathrm{d}x$$

on en déduit $\boxed{E_p = -qE_0 x}$. Le potentiel électrique correspondant est $\boxed{V(x) = -E_0 x}$

3. Calculer les produits vectoriels ci-dessous.

$$\overrightarrow{u_x} \wedge \overrightarrow{u_y} = \overrightarrow{u_z}$$
$$\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{0}$$
$$\overrightarrow{u_x} \wedge \overrightarrow{u_z} = -\overrightarrow{u_y}$$

4. On considère le mouvement d'un proton de charge $+e$ et de masse m_p dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{u_z}$, avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v}(0) = v_0\overrightarrow{u_x}$. Démontrer que le mouvement est circulaire uniforme et identifier la vitesse angulaire.

On montre qu'il existe une solution aux équations du mouvement qui vérifie les conditions initiales. La solution étant unique, on aura obtenu le résultat voulu. On considère donc un mouvement circulaire de centre O (inconnu) et de rayon R. On a :

$$\overrightarrow{v} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{a} = -R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{u_r} + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$$

Or, comme $\overrightarrow{B} = B_0\,\overrightarrow{u_z}$, la force magnétique est $\overrightarrow{F} = e\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = eR\dot{\theta}B_0\overrightarrow{u_r}$, c'est la seule force. On applique le PFD au proton de masse m_p. La projection en $\overrightarrow{u_r}$ est :

$$-m_pR\dot{\theta}^2 = eR\dot{\theta}B_0 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\dot{\theta} = -\frac{eB_0}{m_p} = -\omega_c}$$

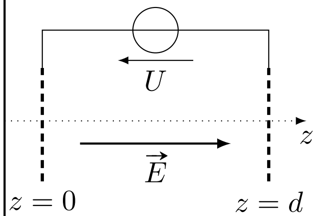
Pour obtenir le rayon, on utilise $\|\overrightarrow{v}(0)\| = v_0$ or $\|\overrightarrow{v}(0)\| = R\left|\dot{\theta}(0)\right|$ soit $\boxed{R = v_0/\omega_c}$. On a donc un mouvement circulaire de rayon v_0/ω_c à la vitesse angulaire $\dot{\theta} = -\omega_c$ (sens horaire).

---

3. Calculer les produits vectoriels ci-dessous.

$$\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_y} = -\overrightarrow{u_x}$$
$$\overrightarrow{u_x} \wedge \overrightarrow{u_x} = \overrightarrow{0}$$
$$\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_x} = \overrightarrow{u_y}$$

4. On considère le mouvement d'un proton de charge $+e$ et de masse m_p arrivant entre deux armatures d'un condensateur séparées d'une distance d. Faire un schéma de la situation en indiquant le sens de la tension U nécessaire pour accélérer le proton et calculer sa vitesse en sortie en considérant une vitesse d'entrée nulle.



On applique une tension U entre deux grilles planes parallèles et distantes de d, on obtient un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u_z}$, où $\overrightarrow{u_z}$ est le vecteur orthogonal aux armatures. On a alors $V(z) = -E_0z$ d'où $U = V(0) - V(d) = E_0d$. Pour accélérer un proton, il faut $E_0 > 0$ donc $U > 0$ sur le schéma.

Dans la situation ci-dessus, on utilise le TEM. La seule force s'exerçant est conservative, l'énergie mécanique se conserve. En $z = 0$, la norme de la vitesse est nulle et le potentiel est $V(0)$: $E_m(0) = eV(0)$. En $z = d$, la norme de la vitesse est v_f (inconnue) et le potentiel est $V(d)$: $E_m(d) = \frac{1}{2}m_pv_f^2 + eV(d)$. Ainsi $eV(0) = \frac{1}{2}m_pv_f^2 + eV(d)$. On reconnaît la tension $U = V(0) - V(d)$ ainsi : $\boxed{v_f = \sqrt{2eU/m_p}}$