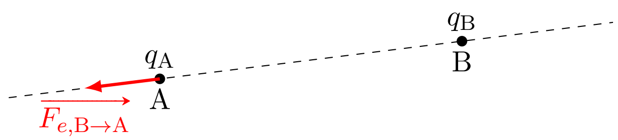
Interrogation de cours n°11

6 janvier 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner l'expression de la force électrostatique entre deux charges (avec un schéma pour deux charges de même signe).



$$\overrightarrow{F_{e,\mathrm{B}\to\mathrm{A}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{\mathrm{A}}q_{\mathrm{B}}}{\mathrm{BA}^3}\overrightarrow{\mathrm{BA}}$$

2. Énoncer complètement la première et la deuxième loi de Newton.

Première loi : Il existe des référentiels, qualifiés de galiléens, où un point matériel reste immobile ou est en mouvement rectiligne uniforme si aucune action mécanique ne s'exerce sur lui.
Deuxième loi : Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces qui agissent sur un point matériel est égale au produit de sa masse et de son vecteur accélération : $\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}}$

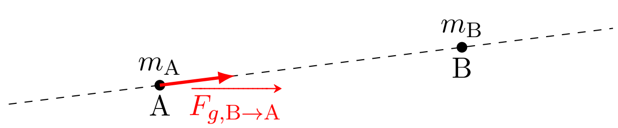
Interrogation de cours n°11

6 janvier 2024

NOM :

Calculatrices interdites. Répondez de manière complète mais brève.

1. Donner l'expression de la force gravitationnelle entre deux masses (avec un schéma).

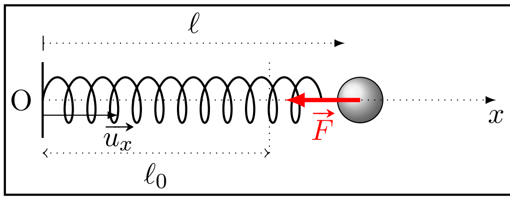


$$\overrightarrow{F_{g,\mathrm{B}\to\mathrm{A}}} = -\mathcal{G}\frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{\mathrm{BA}^3}\overrightarrow{\mathrm{BA}}$$

2. Énoncer complètement la deuxième et la troisième loi de Newton.

Deuxième loi : Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces qui agissent sur un point matériel est égale au produit de sa masse et de son vecteur accélération : $\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}}$
Troisième loi : Pour deux points M_1 et M_2 en interaction, la force exercée par le point M_1 sur le point M_2 est égale à l'opposé de la force exercée par le point M_2 sur le point M_1 : $\boxed{\overrightarrow{F_{\mathrm{M}_1\to\mathrm{M}_2}} = -\overrightarrow{F_{\mathrm{M}_2\to\mathrm{M}_1}}}$

3. Exprimer la force de rappel d'un ressort en vous aidant d'un schéma.



Lorsque le ressort est déformé, il exerce une force de rappel :

$$\overrightarrow{F} = -k\left(\ell - \ell_0\right)\overrightarrow{u_x}$$

ℓ est la longueur du ressort, ℓ_0 sa longueur à vide et k sa raideur.

4. On considère un objet de masse m lancé avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ présentant un angle α avec l'horizontale. Établir l'équation de la trajectoire.

On étudie le mouvement d'une balle repérée par son centre d'inertie M, lancée avec un vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$, dans le référentiel de la salle de classe. y est la verticale ascendante, x est la direction de lancer, l'instant initial est le moment où la balle est lancée $\overrightarrow{v}(0) = v_0 \cos\alpha\, \overrightarrow{u_x} + v_0 \sin\alpha\, \overrightarrow{u_y}$, l'origine la position de la balle à l'instant initial : $\overrightarrow{\mathrm{OM}(0)} = \overrightarrow{0}$. En chute libre, le point M n'est soumis qu'à son poids : $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\,\overrightarrow{u_y}$. D'après la deuxième loi de Newton $m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P}$. On projette le PFD sur les coordonnées :

$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) = 0 \\ m\ddot{y}(t) = -mg \end{cases} \quad \text{on intègre :} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = K_1 \\ \dot{y}(t) = -gt + K_2 \end{cases}$$

On utilise les conditions initiales $\dot{x}(0) = v_0 \cos\alpha$ et $\dot{y}(0) = v_0 \sin\alpha$. Or $\dot{x}(0) = K_1$ et $\dot{y}(0) = K_2$. Donc $K_1 = v_0 \cos\alpha$ et $K_2 = v_0 \sin\alpha$. Ainsi, les coordonnées du vecteur vitesse sont $\dot{x}(t) = v_0 \cos\alpha$ et $\dot{y}(t) = -gt + v_0 \sin\alpha$. D'où les lois horaires du mouvement :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha\, t + C_1 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2 \end{cases} \quad \overrightarrow{\mathrm{OM}(0)} = \overrightarrow{0} \text{ donc } C_1 = C_2 = 0 \text{ ainsi :} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha\, t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{cases}$$

Pour obtenir la trajectoire, on exprime t en fonction de x $t = x/\left(v_0 \cos\alpha\right)$ que l'on insère dans l'expression de $y(t)$:

$$y(t) = -\frac{1}{2}g\frac{x(t)^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + v_0 \sin\alpha \frac{x(t)}{v_0 \cos\alpha} \quad \text{donc l'équation de la trajectoire est :} \quad \boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\ x}$$

---

3. Donner l'expression de la poussée d'Archimède.

Quand un corps est plongé dans un liquide, il subit une force nommée poussée d'Archimède égale à l'opposé du poids du fluide déplacé :

$$\overrightarrow{F_A} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{immergé}}\,\overrightarrow{g}$$

4. Un objet de masse m est suspendu à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. On l'écarte de sa position d'équilibre (la longueur du ressort vaut alors L) et on le lâche sans vitesse initiale. Établir l'expression de $\ell(t)$.

On étudie le mouvement d'une masse, assimilée à un point matériel M, dans le référentiel de la salle de classe. On place l'origine au point d'attache du ressort, l'instant initial est le moment où l'on relâche le ressort, y est la verticale descendante, ainsi $\boxed{\ell(t) = y(t)}$ Sur la masse s'exerce son poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = mg\,\overrightarrow{u_y}$ et la force de rappel du ressort $\overrightarrow{F} = -k\left(\ell(t) - \ell_0\right)\overrightarrow{u_y}$. D'après la deuxième loi de Newton $m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{F}$. On projette le PFD sur y : $m\ddot{y}(t) = -k\left(\ell(t) - \ell_0\right) + mg$. On obtient une équation différentielle sur $y(t) = \ell(t)$:

$$\boxed{\ddot{\ell}(t) + \frac{k}{m}\ell(t) = \frac{k}{m}\left(\ell_0 + \frac{mg}{k}\right) = \frac{k}{m}\ell_{\text{eq}}}$$

On identifie $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. La solution générale de cette équation est $\ell(t) = A\cos\left(\omega_0 t\right) + B\sin\left(\omega_0 t\right) + \ell_{\text{eq}}$. Ainsi $\ell(0) = A + \ell_{\text{eq}}$. Or $\ell(0) = L$ donc $A = L - \ell_{\text{eq}}$. Ensuite $\dot{\ell}(t) = -A\omega_0 \sin\left(\omega_0 t\right) + B\omega_0 \cos\left(\omega_0 t\right) + 0$ donc $\dot{\ell}(0) = B\omega_0$. Or $\dot{\ell}(0) = 0$ donc $B = 0$. Ainsi :

$$\boxed{y(t) = \left(L - \ell_{\text{eq}}\right)\cos\left(\omega_0 t\right) + \ell_{\text{eq}}}$$