

DS n° 5

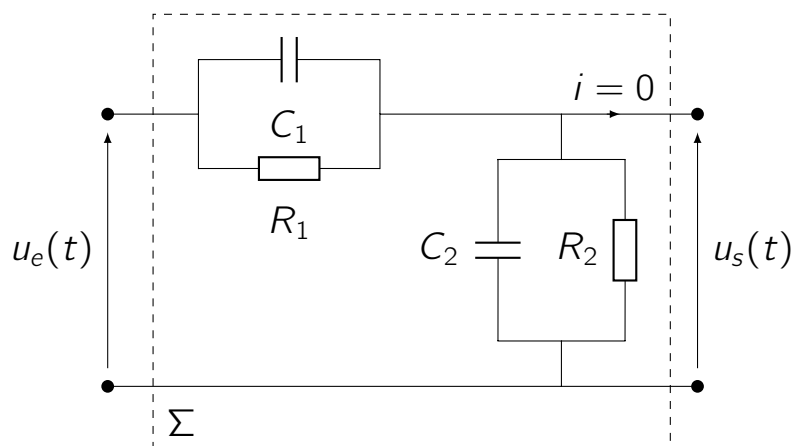
samedi 11 janvier 2025
MPSI1 & 2 – 2024/2025

Consignes

- ▷ L'usage de la calculatrice est **autorisé**.
- ▷ Répondez aux exercices que vous pensez savoir traiter en premier. Signalez clairement lorsque vous changez d'exercice. Prenez le temps de bien lire les questions. Les trois exercices sont indépendants.
- ▷ La notation sera particulièrement sensible à la précision et à la clarté des arguments. En particulier, et sauf si la question le demande explicitement, **les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte**.
- ▷ **La qualité de la rédaction et le soin** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. La réponse à une question prend la forme d'une **formule littérale encadrée** ou soulignée. L'application numérique (avec la bonne unité et le bon nombre de chiffres significatifs) doit être réalisée ensuite.
- ▷ Bon courage !

Exercice 1 : QCM

Le système électronique Σ (figure ci-dessous) comporte deux résistors de résistances $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ et deux condensateurs de capacités $C_1 = 100 \text{ nF}$ et C_2 réglable. On applique la tension d'entrée $u_e(t) = u_{e,m} \cos(\omega t)$ de fréquence $f = \omega/(2\pi)$ et on recueille en sortie la tension $u_s(t) = u_{s,m} \cos(\omega t + \phi)$; les grandeurs $u_{e,m}$, $u_{s,m}$, ω et ϕ sont indépendantes du temps.



La fonction de transfert du filtre se met sous la forme suivante :

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

1. Calculer ω_1 :

(a) $\omega_1 = 667 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

(c) $\omega_1 = 2\,000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

(b) $\omega_1 = 1\,000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

(d) $\omega_1 = 3\,000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

2. Exprimer ω_2 :

(a) $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$

(c) $\omega_2 = \frac{C_1 + C_2}{R_2 C_1 C_2}$

(b) $\omega_2 = \frac{1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}$

(d) $\omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}$

3. Que doit valoir C_2 afin que le gain de Σ soit indépendant de la fréquence du signal d'entrée ?

(a) $C_2 = 50 \text{ nF}$

(c) $C_2 = 200 \text{ nF}$

(b) $C_2 = 100 \text{ nF}$

(d) $C_2 = 300 \text{ nF}$

4. Calculer, pour cette valeur de C_2 , le gain G_{dB} en décibel du circuit :

(a) $G_{\text{dB}} = -9,54 \text{ dB}$

(c) $G_{\text{dB}} = -6,02 \text{ dB}$

(b) $G_{\text{dB}} = -3,52 \text{ dB}$

(d) $G_{\text{dB}} = 0 \text{ dB}$

5. Quelle nouvelle valeur C'_2 doit prendre C_2 afin que la tension de sortie soit en retard de 15° sur la tension d'entrée lorsque $\omega = \omega_1$?

(a) $C'_2 = 13,4 \text{ nF}$

(c) $C'_2 = 159,8 \text{ nF}$

(b) $C'_2 = 50 \text{ nF}$

(d) $C'_2 = 200 \text{ nF}$

6. Que vaut, dans les conditions de la question précédente, le nouveau gain G'_{dB} de Σ ?

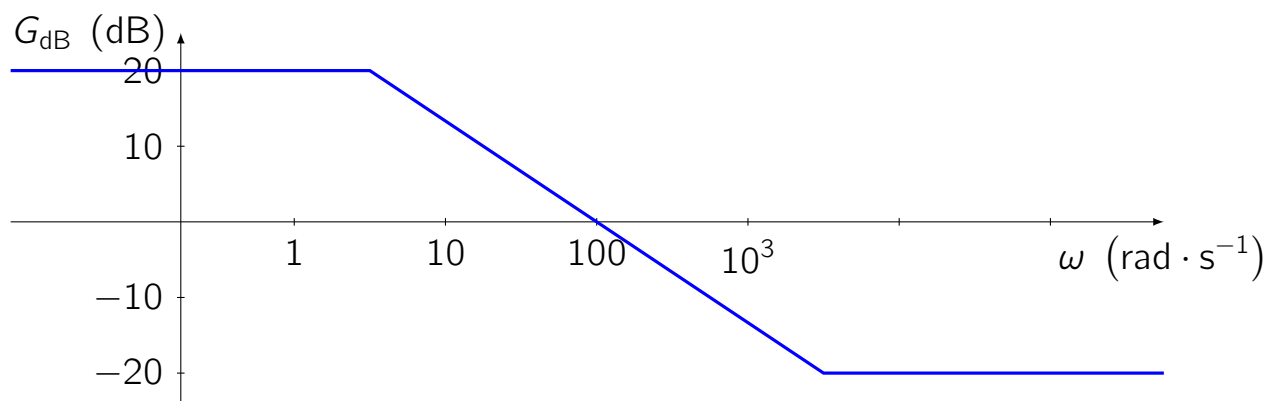
(a) $G'_{\text{dB}} = -1,76 \text{ dB}$

(c) $G'_{\text{dB}} = -4,52 \text{ dB}$

(b) $G'_{\text{dB}} = -3 \text{ dB}$

(d) $G'_{\text{dB}} = -6,53 \text{ dB}$

7. On considère le filtre (différent de celui qui précède) dont le diagramme de Bode en gain est donné ci-dessous :



On injecte dans ce filtre le signal d'entrée $v_e(t) = V_0 \cos(\omega t)$ où $V_0 = 5 \text{ V}$. Déterminer l'amplitude V_s du signal de sortie dans le cas où $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

(a) $V_s = 0,5 \text{ V}$

(c) $V_s = 10,0 \text{ V}$

(b) $V_s = 5,0 \text{ V}$

(d) $V_s = 50,0 \text{ V}$

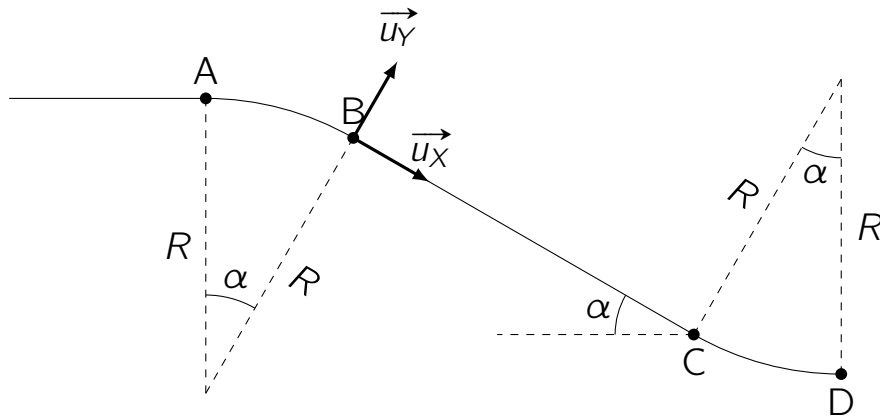
Exercice 2 : Le saut à ski

2.1 Étude d'une descente sur un tremplin

On modélise un tremplin de saut à ski (de A à D) par la suite d'éléments suivants :

- un tronçon horizontal ;
- un arc de cercle AB de rayon $R = 2,55 \text{ m}$ sur $30,0^\circ$;
- un plan incliné BC de longueur $BC = 90,0 \text{ m}$, incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale ;
- suivi d'un nez de tremplin modélisé par un arc de cercle CD de rayon R et d'angle α .

Les différentes notations sont schématisées ci-dessous (le dessin n'est pas à l'échelle pour plus de clarté). Le skieur et son équipement pèsent $m = 70,0 \text{ kg}$. Pour simplifier, on négligera la distance entre le centre d'inertie du skieur et la piste. On prendra $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



On étudie le trajet BC dans la base inclinée $(\vec{u}_X, \vec{u}_Y)$ proposée sur le schéma ci-dessus. On admet que le skieur arrive en B avec une vitesse $\vec{v}_B = v_B \vec{u}_X$ où $v_B = 10,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Dans un premier temps, on ne prend en compte comme frottement que le frottement solide.

1. Faire le bilan des forces agissant sur le skieur, et les représenter sur un schéma.
2. Démontrer que :

$$\begin{cases} m\ddot{X} = mg \sin \alpha - T \\ 0 = -mg \cos \alpha + N \end{cases}$$

où T est la norme de la réaction tangentielle et N celle de la réaction normale.

3. S'il y a glissement, la loi de Coulomb indique que $T = fN$ (attention, cette égalité concerne les normes uniquement). À l'aide de la loi de Coulomb, déterminer l'accélération du skieur.
4. Montrer que, pour que le skieur glisse sur la pente, il faut nécessairement que l'angle α soit supérieur à un certain angle α_{lim} que l'on exprimera. Calculer α_{lim} pour $f = 0,100$.

Par la suite, on prendra $\alpha = 30^\circ$.

5. Au bout de combien de temps le skieur atteint-il le bas de la piste ?
6. Quelle est la vitesse atteinte ?

On prend maintenant en compte en plus les frottements fluides pour déterminer leur importance. On utilise une force :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\rho S c_x v \vec{v}$$

S désigne la surface frontale du skieur, c_x est un coefficient de pénétration dans l'air et ρ la masse volumique de l'air. On prendra $S c_x = 0,25$ U.S.I. et $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

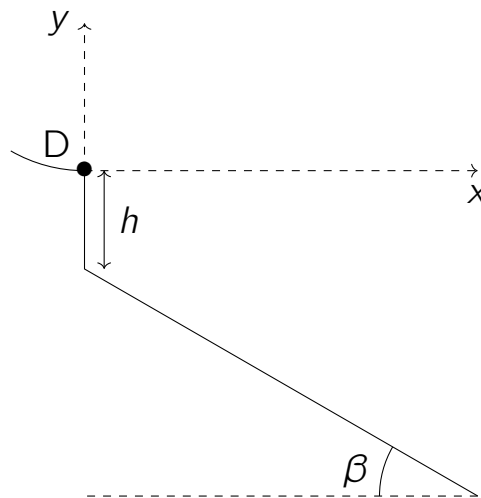
7. Déterminer la dimension et l'unité de c_x dans les unités du système international.
8. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v .
9. En déduire la vitesse limite du skieur et le temps typique d'évolution de la vitesse.
10. Conclure sur l'importance des frottements lors de son mouvement.
11. On souhaite déterminer numériquement la valeur de la vitesse en bas de la piste. Compléter le code en annexe en écrivant le schéma d'Euler permettant d'obtenir le graphique de v_x en fonction du temps, puis en fonction de la distance parcourue x .

2.2 Saut à ski

On étudie désormais le saut d'un sauteur à ski. Le schéma de la situation est présenté ci-dessous. **Le skieur est réceptionné sur la pente.** L'angle β vaut $30,0^\circ$. La vitesse au point D est horizontale et sa norme vaut $v_D \approx 90,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Passé le point D, le skieur se retrouve dans l'air. On suppose ici qu'il n'est soumis qu'à l'action de la pesanteur.

12. Déterminer soigneusement la trajectoire du skieur dans le repère xy .
13. La piste de réception est modélisée par une droite d'équation $y = -h - x \tan \beta$. Donner la relation algébrique définissant l'abscisse maximale x_{max} atteinte par le skieur.
14. On prend $h = 10 \text{ m}$. Donner la valeur numérique de la distance maximale x_{max} atteinte par le skieur.

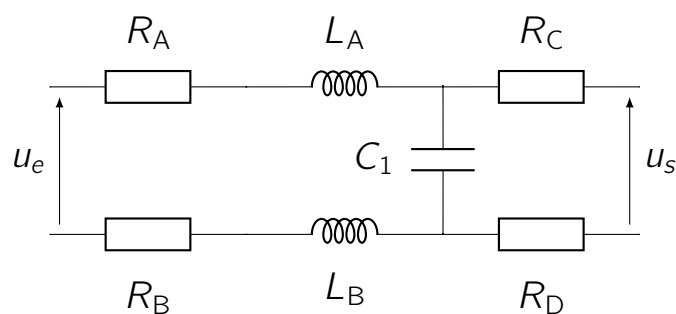
15. Le record actuel de saut à ski est détenu par l'autrichien Stefen Kraft avec un saut à 253 m réalisé le 15 février 2015. Est-ce que le modèle proposé vous paraît pertinent pour expliquer un tel saut ?



Exercice 3 : Internet par ADSL (d'après CCP TSI 2017)

Beaucoup de logements sont encore équipés de l'internet par ADSL. Pour pouvoir simultanément téléphoner et rester connecté à internet, il faut équiper les prises téléphoniques d'un filtre ADSL. Dans le document joint est présentée la fiche technique d'un filtre ADSL classique de type « gigogne ». On rappelle que les sons audibles par l'homme sont de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz.

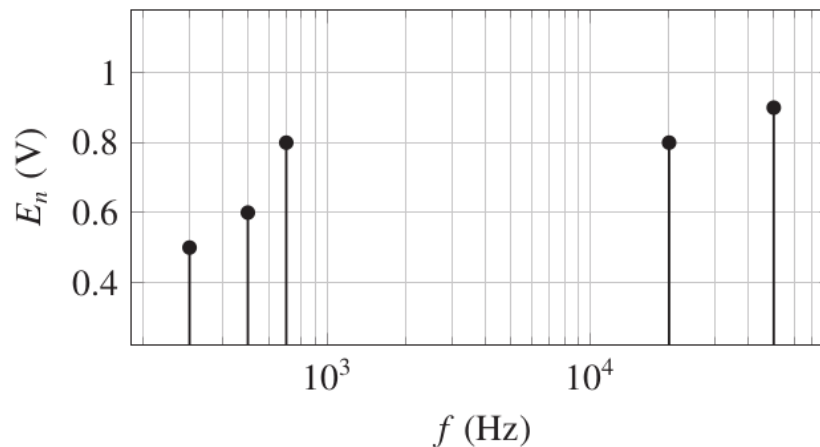
La partie de filtre qui nous intéresse est comprise entre les branches 1 et 3 (voir schéma de la fiche technique en dernière page). On a représenté sur le circuit ci-dessous une version simplifiée du filtre qui nous intéresse.



1. À l'aide de la fiche technique, donner les valeurs numériques des différents composants présents dans le schéma simplifié ci-contre.
2. Par une étude basses et hautes fréquences du schéma simplifié, déterminer le comportement de ce filtre à vide (sortie ouverte) et en déduire le type du filtre.
3. Ce comportement est-il modifié si le filtre est en charge sur une résistance de $600\ \Omega$, qui est la résistance d'un téléphone ? Justifier proprement par une étude basse et haute fréquence.

4. Cela est-il en accord avec le diagramme de Bode proposé dans la fiche technique présentée dans la fiche technique ? On observera avec attention la grandeur placée en ordonnée.
5. Déterminer graphiquement la fréquence de coupure à 3 dB de ce filtre.

Le signal d'entrée est composé de fréquences correspondant à des sons audibles auxquelles sont superposées des fréquences élevées correspondant au signal ADSL, comme représenté de manière simplifiée sur la courbe ci-dessous. Le téléphone (résistance de $600\ \Omega$) branché en sortie de ce filtre ne doit récupérer que le signal correspondant aux sons audibles.



Représentation spectrale d'un signal d'entrée en échelle semilog, avec E_n l'amplitude spectrale de la composante de fréquence f du signal d'entrée.

6. Que peut-on dire du choix de la fréquence de coupure de ce filtre ? Justifier.
7. Donner en justifiant proprement l'allure de la représentation spectrale du signal obtenu en sortie du filtre ADSL.
8. On cherche à recréer ce type de filtre uniquement avec une résistance R et un condensateur $C = 1\ \text{nF}$. Proposer un montage correspondant en précisant les tensions en entrée et en sortie. On le justifiera par une étude basses et hautes fréquences.
9. Tracer en justifiant le diagramme de gain de ce filtre.
10. Proposer une valeur numérique vraisemblable pour la résistance, compte tenu de la valeur du condensateur.
11. En quoi le filtre proposé dans la fiche technique est-il meilleur que ce simple filtre RC ?

Document 7 - Fiche Technique FILTRE Z-200FR (prises gigognes)

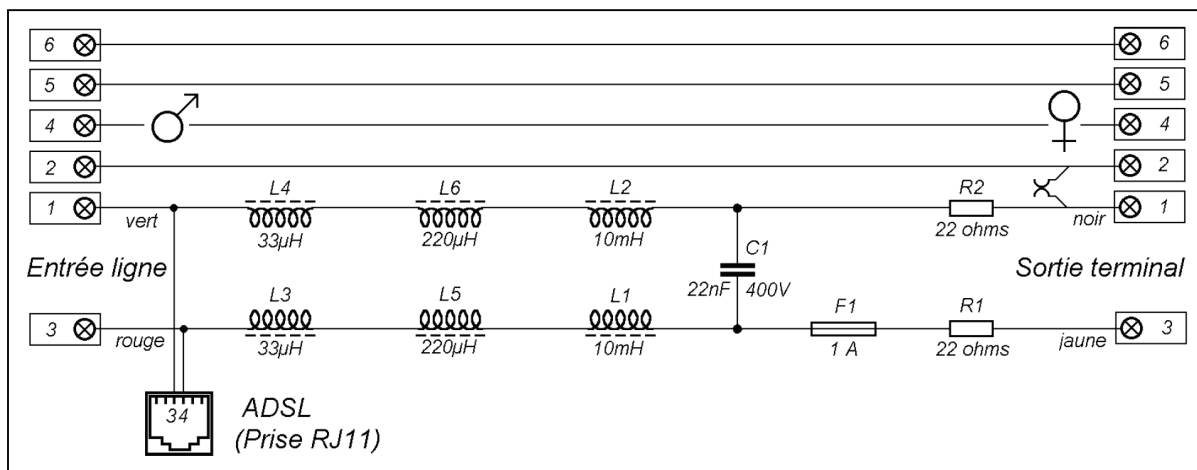


Figure 7 – Schéma technique du cablage électrique.

Description des composants

L1, L2 : enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont $d = 8 \text{ mm}$ et $l = 10 \text{ mm}$.

Résistance : 21Ω ; Nombre de spires : 500 environ.

L5, L6 : enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont $d = 4,5 \text{ mm}$ et $l = 5,5 \text{ mm}$.

Résistance : 2Ω ; Nombre de spires : 110 environ.

L3, L4 : enroulements de 15 ou 16 spires sur de minuscules tores de ferrite dont le plus grand diamètre n'atteint pas 5 mm .

Résistance : négligeable.

Réponse en fréquence

L'affaiblissement d'insertion mesuré, soit l'opposé du gain, entre un générateur d'impédance de 600 ohms et une résistance de charge de 600 ohms , en l'absence de courant continu est donné sur la **figure 8**.

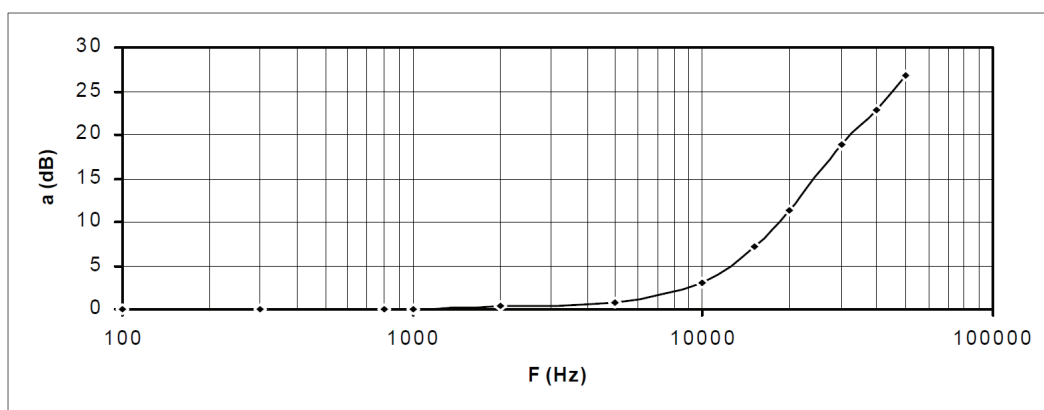


Figure 8 – Diagramme de Bode représentant l'affaiblissement d'insertion mesuré

D'après <http://www.abcelectronique.com>

FIN