DS n ° 3

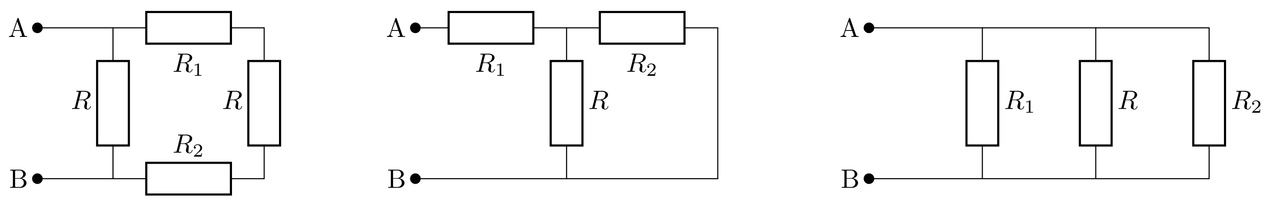
samedi 16 novembre 2024

MPSI1 & 2 – 2023/2024

Consignes

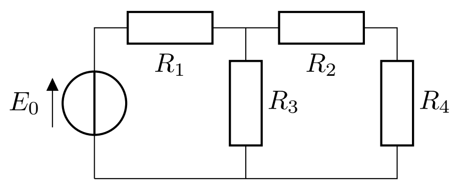
- ▷ L'usage de la calculatrice est **autorisé**.
- ▷ Répondez aux exercices que vous pensez savoir traiter en premier. Signalez clairement lorsque vous changez d'exercice. Prenez le temps de bien lire les questions. Les cinq exercices sont indépendants.
- ▷ La notation sera particulièrement sensible à la précision et à la clarté des arguments. En particulier, et sauf si la question le demande explicitement, **les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte**.
- ▷ **La qualité de la rédaction et le soin** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. La réponse à une question prend la forme d'une **formule littérale encadrée** ou soulignée. L'application numérique (avec la bonne unité et le bon nombre de chiffres signficatifs) doit être réalisée ensuite.
- ▷ Bon courage !

Exercice 1 : Bases de l'électrocinétique



Situation (a) Situation (b) Situation (c)

1. Pour les trois schémas, dire si les résistances R_1 et R_2 sont en série, en parallèle ou ni l'un ni l'autre.
2. Calculer la résistance équivalente des circuits (a), (b) et (c) en fonction des trois résistances pour chacun des cas représentés.
3. Démontrer pour deux résistances, la formule du pont diviseur de tension.
4. Dans le circuit ci-dessous, on a $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 20\ \Omega$ et $E = 5$ V.



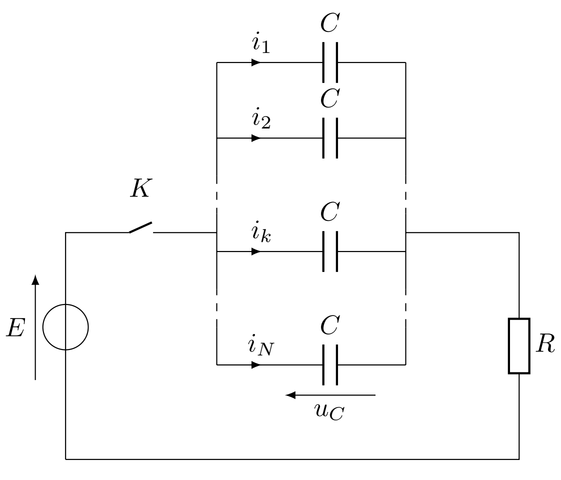
Exprimer puis calculer la tension aux bornes de la résistance R_4.

Exercice 2 : QCM

Dans tout le QCM, une seule réponse est la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée. Il vaut mieux ne pas répondre que répondre au hasard (une mauvaise réponse vaut -2 pt, l'absence de réponse 0 pt et une bonne réponse 4 pts).

On associe, en dérivation, un ensemble de N condensateurs identiques de capacités C. Le dipôle obtenu est alors monté en série avec un résistor de résistance R, un générateur de tension continue de force électromotrice (tension) E, et un interrupteur K que l'on ferme à un instant pris comme origine temporelle ($t = 0$).

On note i l'intensité du courant électrique débité par le générateur et i_k, avec k allant de 1 à N, l'intensité du courant électrique dans le k-ième condensateur (voir figure ci-contre). On désigne u_C la tension aux bornes des condensateurs. Avant la fermeture de K ($t < 0$), on a $u_C(t) = U_0$.



1. Que vaut l'énergie totale $\mathcal{E}_0$ emmagasinée par les condensateurs, avant la fermeture de K ?

(a) $\mathcal{E}_0 = \dfrac{N}{2}CU_0^2$

(b) $\mathcal{E}_0 = \dfrac{1}{2}CU_0^2$

(c) $\mathcal{E}_0 = 0$

(d) $\mathcal{E}_0 = \dfrac{CU_0^2}{2N}$

2. Que peut-on affirmer lorsque $t > 0$?

(a) $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ avec $\tau = RC/N$

(b) $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ avec $\tau = RC/\sqrt{N}$

(c) $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ avec $\tau = NRC$

(d) $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = 0$ avec $\tau = NRC$

3. Comment évolue $u_C(t)$ après la fermeture de K ?

(a) $u_C(t) = E - E\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

(b) $u_C(t) = (U_0 - E)\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

(c) $u_C(t) = (E + U_0)\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

(d) $u_C(t) = E + (U_0 - E)\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

4. Que peut-on affirmer lorsque $t > 0$?

(a) $\dfrac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i_k}{\tau'} = 0$ avec $\tau' = NRC$

(b) $\dfrac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i_k}{\tau'} = 0$ avec $\tau' = RC$

(c) $\dfrac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i_k}{\tau'} = \dfrac{E}{R}$ avec $\tau' = RC$

(d) $\dfrac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i_k}{\tau'} = \dfrac{E}{R}$ avec $\tau' = RC/N$

5. Quel est le courant $i\left(0^+\right)$ débité par le générateur en $t = 0^+$?

(a) $i\left(0^+\right) = E/R$

(b) $i\left(0^+\right) = U_0/R$

(c) $i\left(0^+\right) = \dfrac{E - U_0}{R}$

(d) $i\left(0^+\right) = \dfrac{U_0 - E}{R}$

6. Comment évolue $i_k(t)$ après la fermeture de K ?

(a) $i_k(t) = \dfrac{E}{NR}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau'}\right)$

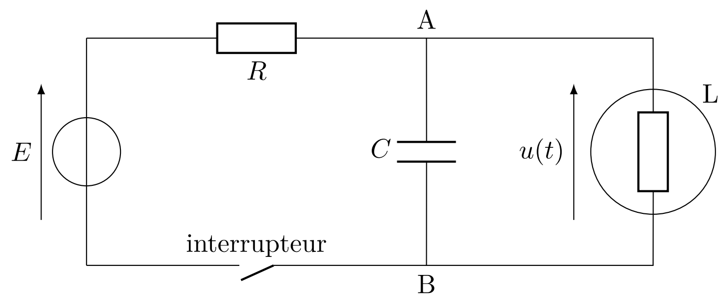
(b) $i_k(t) = \dfrac{E - U_0}{NR}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau'}\right)$

(c) $i_k(t) = \dfrac{U_0}{NR}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau'}\right)$

(d) $i_k(t) = \dfrac{E - U_0}{R}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau'}\right)$

Exercice 3 : Oscillations de relaxation d'une lampe à néon

On se propose de mesurer la résistance R très élevée d'un conducteur ohmique en exploitant le phénomène d'oscillations de relaxation d'une lampe à néon.



On considère le montage ci-contre qui comporte :
— une source idéale de tension $E = 130$ V ;
— un interrupteur ;
— un résistor de résistance R ;
— un condensateur de capacité C ;
— une lampe au néon, notée L.

Mode de fonctionnement de la lampe au néon. On note u la tension aux bornes de la lampe. Lorsque la lampe est éteinte :
— elle se comporte comme un résistor de résistance infinie (c'est-à-dire un interrupteur ouvert) ;
— elle ne peut alors s'allumer que lorsque $u \geq U_1 = 100$ V appelée « tension d'allumage ».

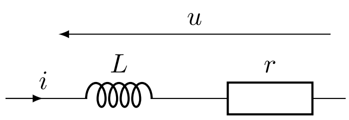
Lorsque la lampe est allumée :
— elle se comporte comme un résistor de résistance R_L ;

— elle ne peut s'éteindre que lorsque $u \leq U_0 = 80$ V appelée « tension d'extinction ».

1. Le condensateur étant initialement déchargé et la lampe éteinte, on ferme l'interrupteur à $t = 0$.
   (a) Faire un schéma représentatif du montage tant que la lampe reste éteinte.
   (b) Déterminer l'expression complète de $u(t)$ pour $t > 0$. On posera $\tau = RC$ dans tout l'exercice.
   (c) On note t_1 l'instant pour lequel la lampe s'allume. Déterminer l'expression de t_1 en fonction de τ, U_1 et E.
2. **Étude de la phase $t > t_1$.** Dans la suite, on posera $\lambda = \dfrac{R_L}{R + R_L}$.
   (a) Faire un schéma représentatif du montage tant que la lampe reste allumée.
   (b) Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $u(t)$ pour $t > t_1$.
   (c) Déterminer l'expression complète de $u(t)$ pour $t > t_1$.
   (d) On note t_2 l'instant pour lequel la lampe s'éteint. Déterminer l'expression de t_2 en fonction de t_1, τ, λ, U_0, U_1 et E.
3. **Étude de la phase $t > t_2$.**
   (a) Faire un schéma représentatif du montage tant que la lampe reste éteinte.
   (b) Déterminer l'expression complète de $u(t)$ pour $t > t_2$.
   (c) On note t_3 l'instant pour lequel la lampe s'allume de nouveau. Déterminer l'expression de t_3 en fonction de t_1, τ, λ, U_0, U_1 et E.
4. **Bilan.** On donne $\lambda = \dfrac{R_L}{R + R_L} = 0{,}05$.
   (a) Tracer l'allure de $u(t)$ en y plaçant correctement les tensions E, U_0, U_1 et λE, ainsi que les instants t_1, t_2 et t_3.
   (b) En partant de $t = 0$, préciser les intervalles où la lampe est allumée et les intervalles où elle est éteinte. En déduire la période T du clignotement de la lampe en fonction de τ, λ, E, U_0 et U_1.
5. On observe un clignotement de la lampe correspondant à 40 éclairs par minute.
   (a) Sachant que $R \gg R_L$, montrer que l'expression de T se simplifie uniquement en fonction de τ, E, U_0 et U_1.
   (b) En déduire l'expression de la résistance R en fonction de T, C, E, U_0 et U_1.
   (c) Calculer R avec $C = 0{,}20\ \mu$F, $E = 130$ V, $U_0 = 80$ V et $U_1 = 100$ V.

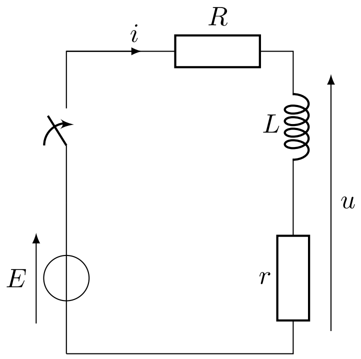
Exercice 4 : Établissement du courant dans un circuit RL

1. On modélise une bobine réelle par une bobine idéale d'inductance L placée en série avec une résistance interne r.



Rappeler l'origine de cette modélisation et déterminer la relation liant u à i.

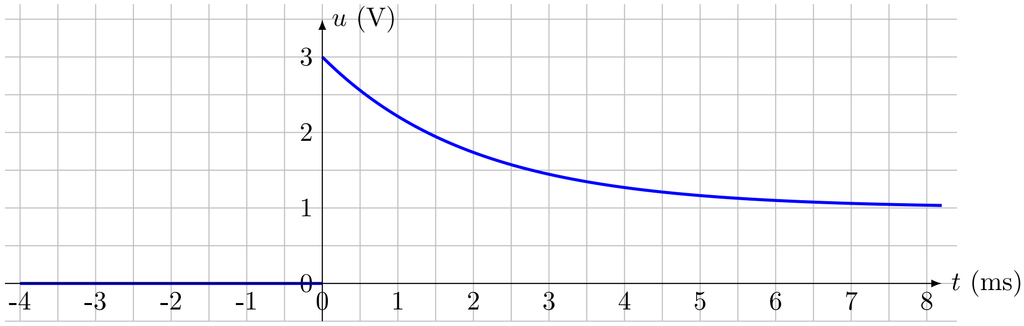
2. On met en série une bobine réelle avec une résistance R et on observe l'établissement du courant dans ce circuit.



À $t < 0$, l'interrupteur est ouvert. On le ferme à $t = 0$. Déterminer le courant à $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur.

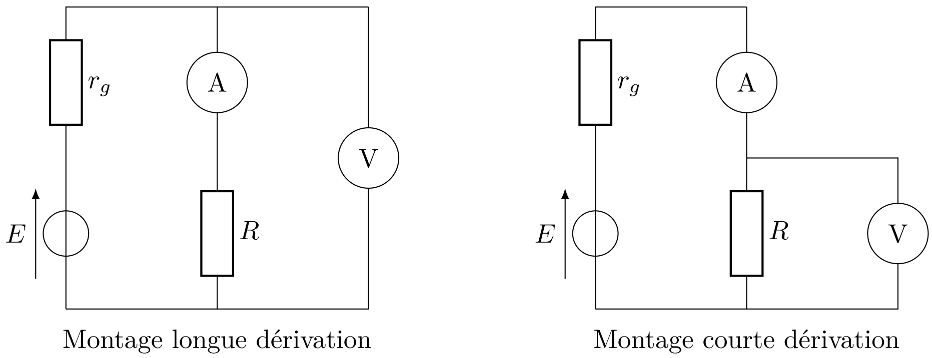
3. Exprimer le courant en régime permanent (interrupteur fermé) en fonction de E, r et R.
4. En déduire l'expression de u en régime permanent.
5. Obtenir l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité i dans le circuit. On fera intervenir un temps caractéristique τ que l'on exprimera en fonction de L, R et r.
6. Résoudre cette équation différentielle.

7. Calculer la tension u aux bornes de la bobine réelle.
8. On enregistre à l'oscilloscope la tension aux bornes de la bobine réelle à l'oscilloscope. On donne $R = 10\ \Omega$. En justifiant la réponse, déterminer r, L et E à partir du graphique ci-dessous.

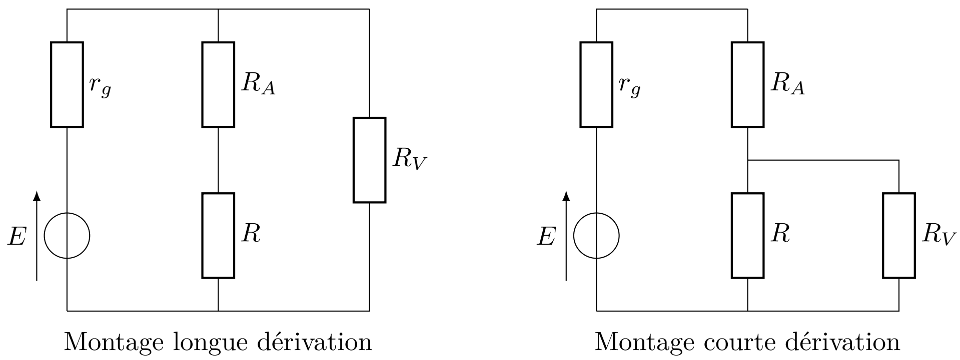


Exercice 5 : Mesure d'une résistance électrique

Pour mesurer la résistance d'un conducteur ohmique, on dispose d'un voltmètre, d'un ampèremètre et d'un générateur de tension à vide $E = 10$ V et de résistance interne $r_g = 50\ \Omega$. On envisage les deux montages ci-dessous.



On modélise l'ampèremètre par sa résistance interne typique $R_A = 100\ \Omega$ et le voltmètre par sa résistance interne typique $R_V = 10$ MΩ. Ainsi, les circuits étudiés sont :



On définit $R_{\text{mes}} = U_{\text{mes}}/I_{\text{mes}}$, où U_{mes} est la tension aux bornes du voltmètre et I_{mes} le courant traversant l'ampèremètre.

1. Dans le cas du montage longue dérivation :
   (a) Flécher U_{mes} et I_{mes} sur le schéma.
   (b) En déduire l'expression de R_{mes} en fonction de R, R_A et R_V (toutes les résistances n'interviennent pas forcément dans le résultat).
2. Faire de même dans le cas du montage courte dérivation.
3. À l'aide des valeurs données des résistances internes de l'ampèremètre et du voltmètre, déterminer le montage le plus adapté pour mesurer une résistance de 10 Ω, de 1 kΩ puis de 1 MΩ.