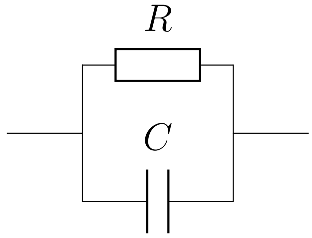
DM n ° 9

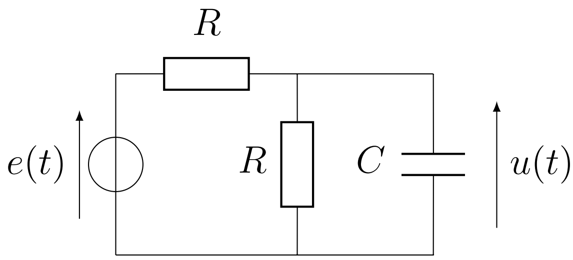
Pour le vendredi 6 décembre 2024
MPSI2 – 2024/2025

Exercice 1 : Régime sinusoïdal forcé

1. Exprimer l'impédance équivalente au dipôle suivant :



2. On considère le circuit ci-dessous avec $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$:



   (a) Écrire le signal complexe correspondant à $e(t)$.

   (b) Justifier que l'on recherche $u(t)$ sous la forme $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$. En déduire le signal complexe associé. Définir l'amplitude complexe correspondante.

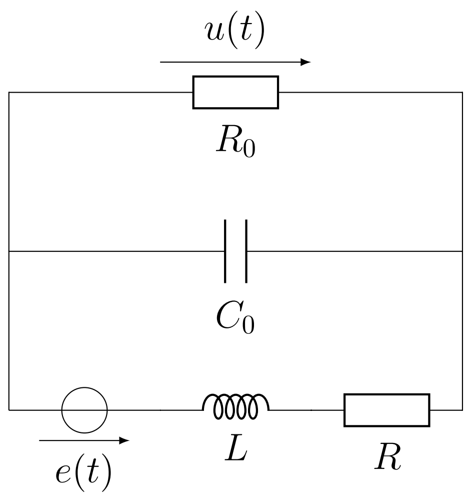
   (c) Exprimer l'amplitude complexe de u en fonction de E_0, puis son amplitude réelle.

   (d) Exprimer $u(t)$ en fonction des paramètres du circuit.

   (e) Déduire de l'amplitude complexe l'équation différentielle régissant l'évolution de u (sans réécrire les lois).

Exercice 2 : Détermination des caractéristiques électriques d'un microphone de guitare

Situés sous les cordes d'une guitare électrique, les microphones en sont un des instruments fondamentaux pour bien restituer le son. Un microphone de guitare est constitué d'un ou plusieurs aimants entourés d'une bobine de cuivre. La corde en mouvement vibre au-dessus de l'aimant créant par induction une tension $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ supposée sinusoïdale. Le comportement électrique du microphone peut être modélisé par le schéma ci-contre. On donne $C_0 = 100$ pF, $R_0 = 1{,}0$ MΩ et $R = 3{,}0$ kΩ.



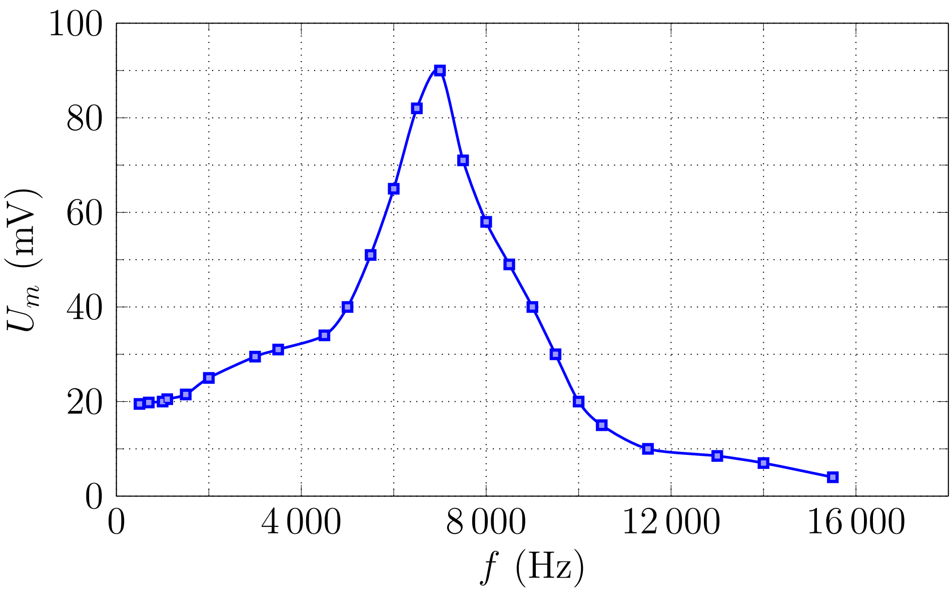
1. On note $\underline{U}$ l'amplitude complexe de $u(t)$. Montrer que :

$$\underline{U} = \frac{H_0}{1 - x^2 + \frac{\mathrm{j}x}{Q}} E_m \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

   On exprimera H_0, Q et ω_0 en fonction de R, R_0, C_0 et L.
2. On cherche $u(t)$ sous la forme $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. Exprimer cette amplitude réelle U_m en fonction de x, E_m, H_0 et Q.
3. Définir le phénomène de résonance. Montrer qu'il survient à une fréquence :

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \qquad \text{où} \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

   à la condition que $Q > 1/\sqrt{2}$.
4. On se place dans le cas où $1/(2Q^2) \ll 1$. Simplifier l'expression de f_r et en déduire la valeur approchée de U_m à la résonance.
5. Le graphique de U_m en fonctiuon de la fréquence est le suivant :



   Déterminer les valeurs de ω_0, L, Q et E_m.