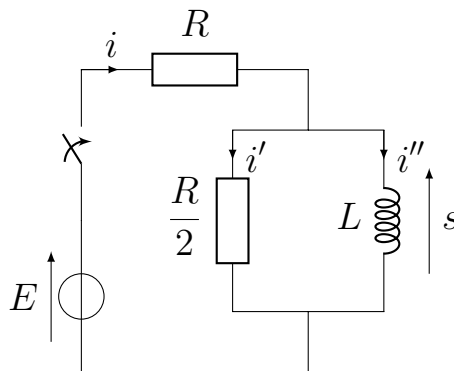


DM n° 7

Pour le lundi 18 novembre 2024
MPSI2 – 2024/2025

Exercice 1 : Étude d'un circuit RL

Dans le circuit ci-dessous, le générateur est idéal et possède une force électromotrice E . À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur qui était ouvert depuis longtemps (régime permanent atteint).



- 1.(a) Déterminer les valeurs des intensités i , i' et i'' lorsque l'interrupteur est ouvert (à $t \leq 0$).
- (b) Déterminer en conséquence les courants i , i' et i'' à $t = 0^+$ en fonction de E et de R .
- (c) En déduire que $s(t = 0^+) = E/3$.
2. En régime permanent, déterminer i , i' , i'' et s .
- 3.(a) Exprimer la dérivée de l'intensité i'' en fonction de L et de s (et éventuellement de ses dérivées).
- (b) Exprimer la dérivée de l'intensité i' en fonction de R et de s (et éventuellement de ses dérivées).
- (c) En déduire une première équation liant la dérivée de l'intensité i à s (et éventuellement ses dérivées).
- (d) Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
4. Résoudre cette équation différentielle. Tracer l'allure de $s(t)$.
5. Exprimer le temps t_0 au bout duquel $s(t)$ a été divisée par 10. On mesure $t_0 = 30 \mu\text{s}$ pour $R = 1\,000 \Omega$. En déduire la valeur de L .

Exercice 2 : Rendement énergétique de la charge d'un condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série, le tout placé en série avec un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K . À l'instant $t = 0$, la tension aux bornes du condensateur est nulle et on ferme l'interrupteur K .

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C .
2. Établir l'expression de $u_C(t)$ et tracer son allure.
3. Établir l'expression de l'intensité parcourant le circuit et tracer l'allure de la courbe correspondante.
4. Exprimer en fonction de C et E :
 - l'énergie emmagasinée par le condensateur $\mathcal{E}_{\text{cond}}$ à $t = +\infty$;
 - l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance W_J entre $t = 0$ et $t = +\infty$;
 - l'énergie fournie par le générateur W_{gen} à entre $t = 0$ et $t = +\infty$.
5. On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur $\rho = \frac{\mathcal{E}_{\text{cond}}}{W_{\text{gen}}}$.
Quelle est la valeur de ρ ?

Pour améliorer ce rendement, on effectue l'expérience en deux temps : on utilise d'abord un générateur de force électromotrice $E/2$, puis on bascule sur un générateur de force électromotrice E une fois que la tension aux bornes de C a atteint $E/2$.

6. Sans refaire les calculs, exprimer en fonction de C et E :
 - l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant la première phase $\mathcal{E}_{\text{cond},1}$;
 - l'énergie fournie par le générateur pendant la première phase $W_{\text{gen},1}$.
7. Déterminer les expressions de $u_C(t)$ et $i(t)$ pendant la seconde phase. On prendra pour origine des temps ($t = 0$) l'instant de bascule entre les deux générateurs.
8. Déterminer pour la seconde phase l'expression de l'énergie fournie par le générateur $W_{\text{gen},2}$.
9. Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant la seconde phase $\mathcal{E}_{\text{cond},2}$.
10. En déduire le nouveau rendement énergétique.
11. Exprimer le rendement si l'on réalise N étapes entre 0 et E ($E/N, 2E/N, \dots$).