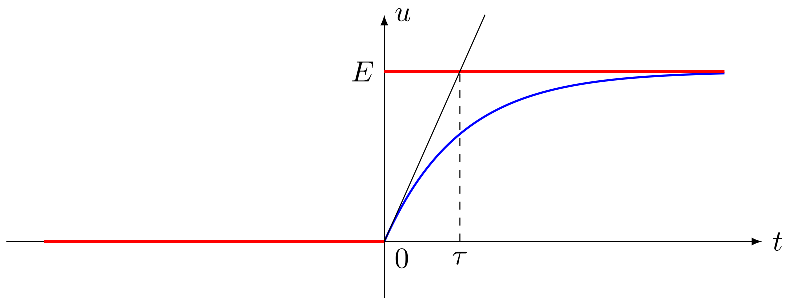
Élec 4 — Circuits en régime sinusoïdal forcé

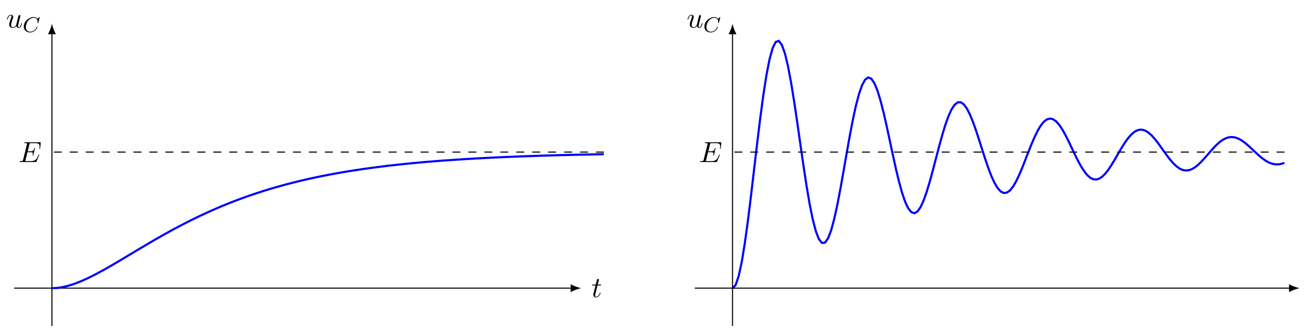
1 Position du problème

1.1 Rappels : réponse à un échelon

Systèmes du premier ordre :



Système du second ordre :



1.2 Motivation

Cependant, beaucoup de signaux (sons, ondes électromagnétiques) sont des signaux périodiques. Nous allons donc étudier la réponse des systèmes à un signal sinusoïdal. En effet, le théorème de Fourier stipule que :

Tout signal physique périodique peut s'écrire comme une somme de signaux sinusoïdaux.

Ainsi, si l'on sait travailler sur un signal sinusoïdal, on peut étudier quasiment tous les signaux car, à l'aide de ce théorème, on peut décomposer n'importe quel signal en sommes de signaux que l'on traite indépendamment les uns des autres.

Définition. Pour un signal physique donné, l'ensemble des composantes sinusoïdales d'un signal ainsi que leur amplitude constituent son **spectre en fréquence**.

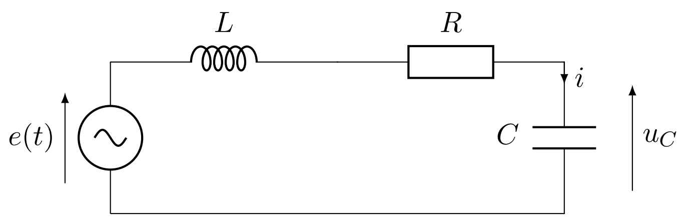
Exemple

On peut voir plusieurs exemples de spectres de notes d'instruments de musique ici : http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/son/analyseur.php

1.3 Observation quantitative sur le circuit RLC

1.3.1 Introduction

On réalise le circuit ci-dessous :

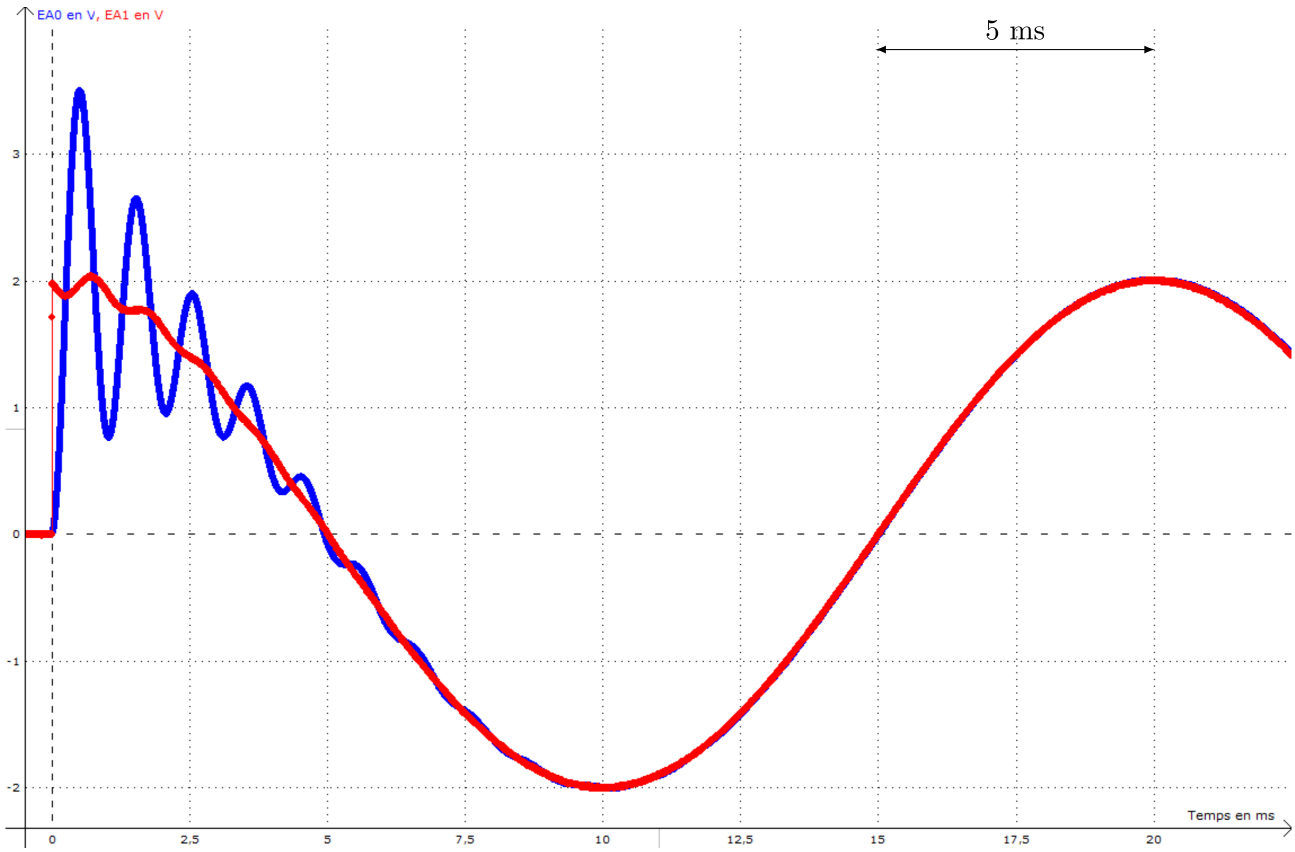


On choisit $L = 102$ mH et $C = 212$ nF. Ainsi, la fréquence propre est :

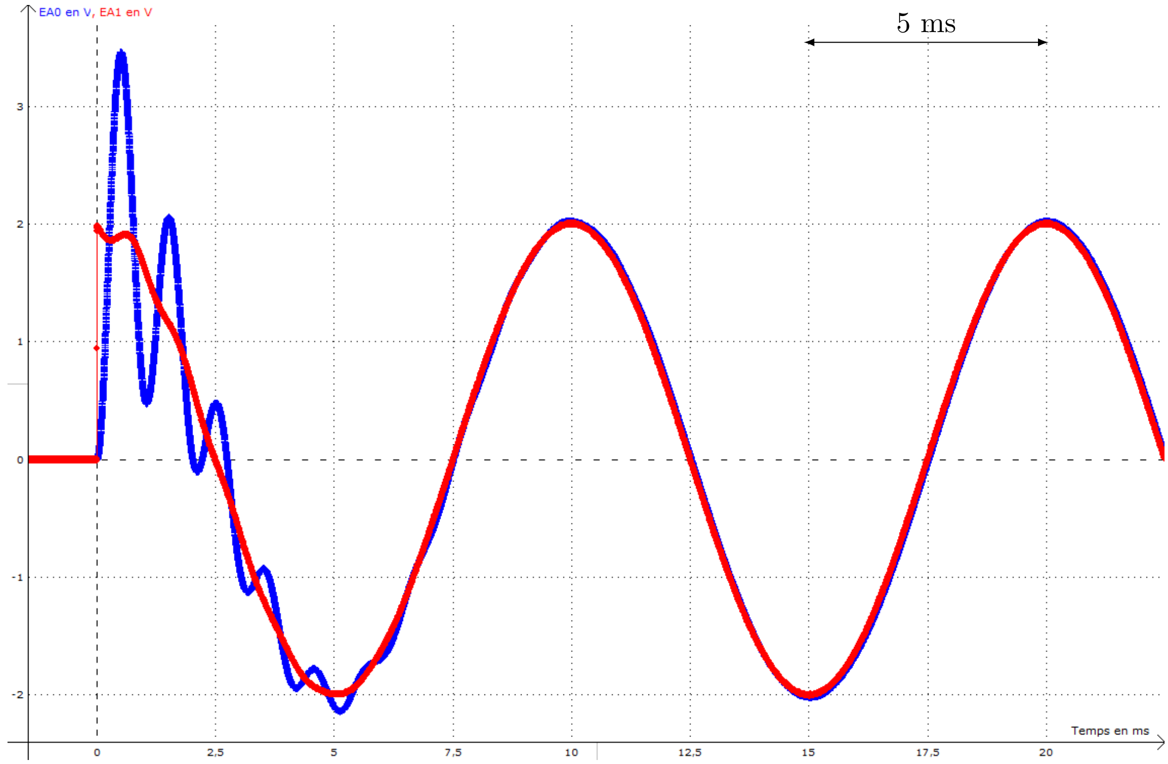
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1{,}08 \text{ kHz}$$

Initialement, il n'y a aucun courant dans le circuit et $e(t) = 0$. À $t = 0$, on applique le signal $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$.

Excitation à 50 Hz. L'excitation est en rouge, la réponse est en bleu.



Excitation à 100 Hz.



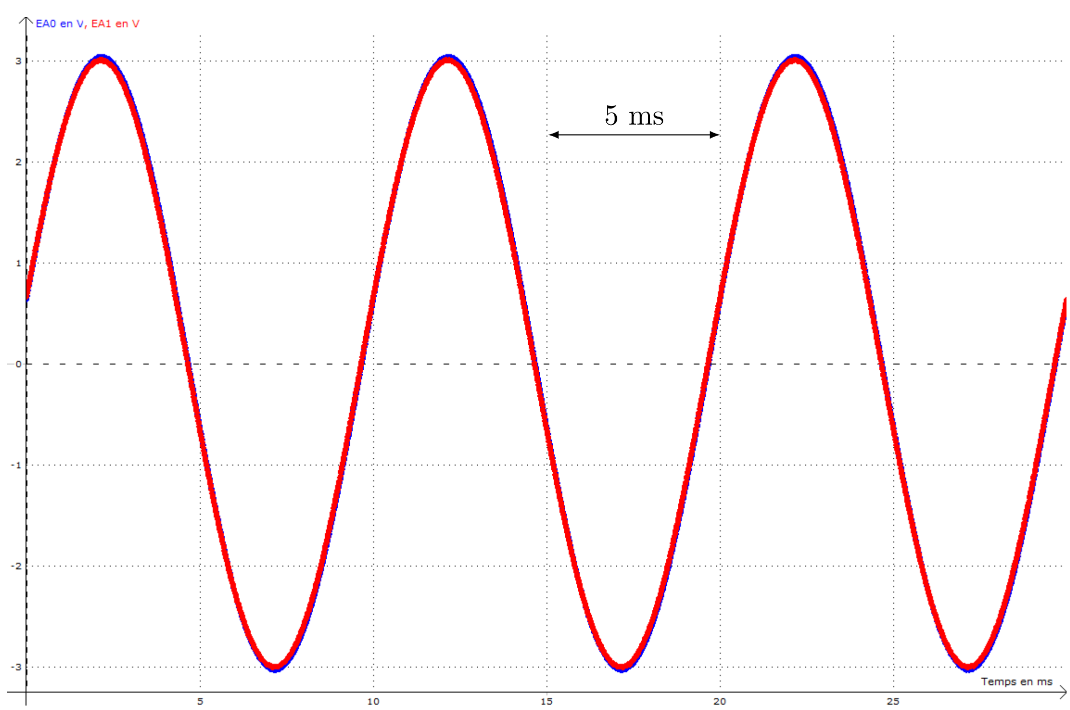
Au moment où l'excitation sinusoïdale commence, on observe un régime transitoire qui prend assez vite fin. Les caractéristiques de ce régime transitoire ne dépendent pas de la période de l'excitation. Dans ce cas, c'est le régime pseudo-périodique que nous avons découvert au chapitre E3.

Passé ce régime transitoire, la tension aux bornes du condensateur est une sinusoïde à la même fréquence que celle de l'excitation. Analysons les caractéristiques de ce signal sinusoïdal : amplitude, fréquence et phase.

1.3.2 Influence de la fréquence

Observons maintenant le régime sinusoïdal forcé, c'est-à-dire le régime après disparition du régime transitoire. L'excitation est en rouge (EA1) et la réponse en bleu (EA0).

1. Si la fréquence d'excitation f est de 100 Hz :

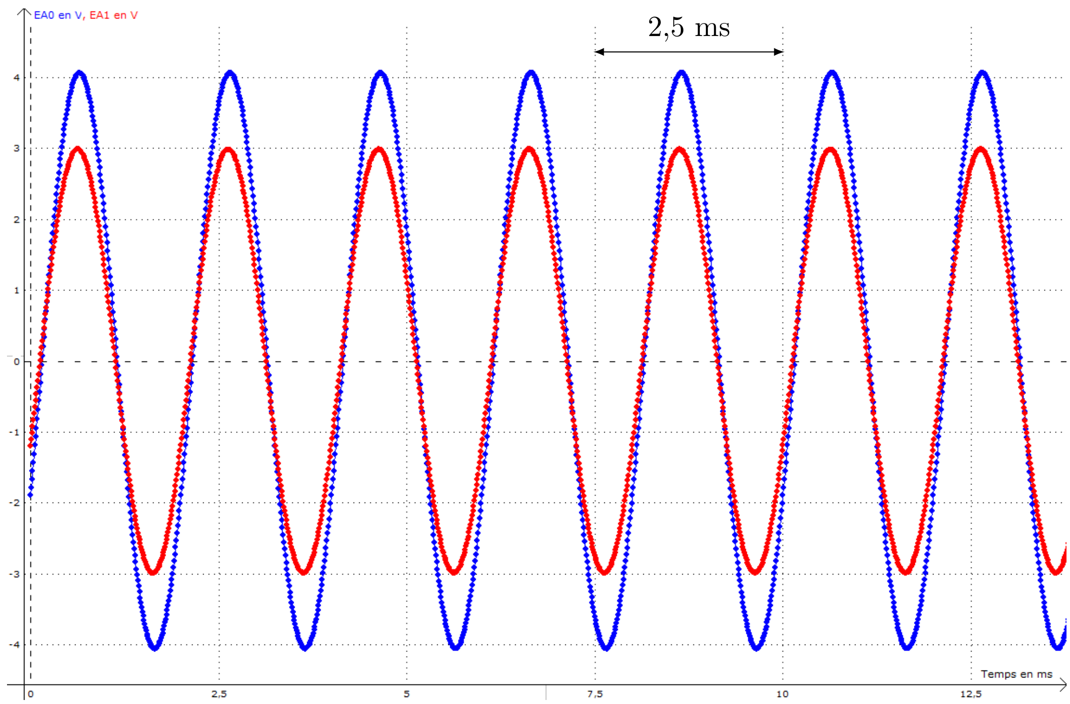


— la fréquence de la réponse est la même ;

— l'amplitude de la réponse est la même ;

— il n'y a pas de déphasage entre l'excitation et la réponse.

2. Si la fréquence d'excitation f est de 500 Hz :

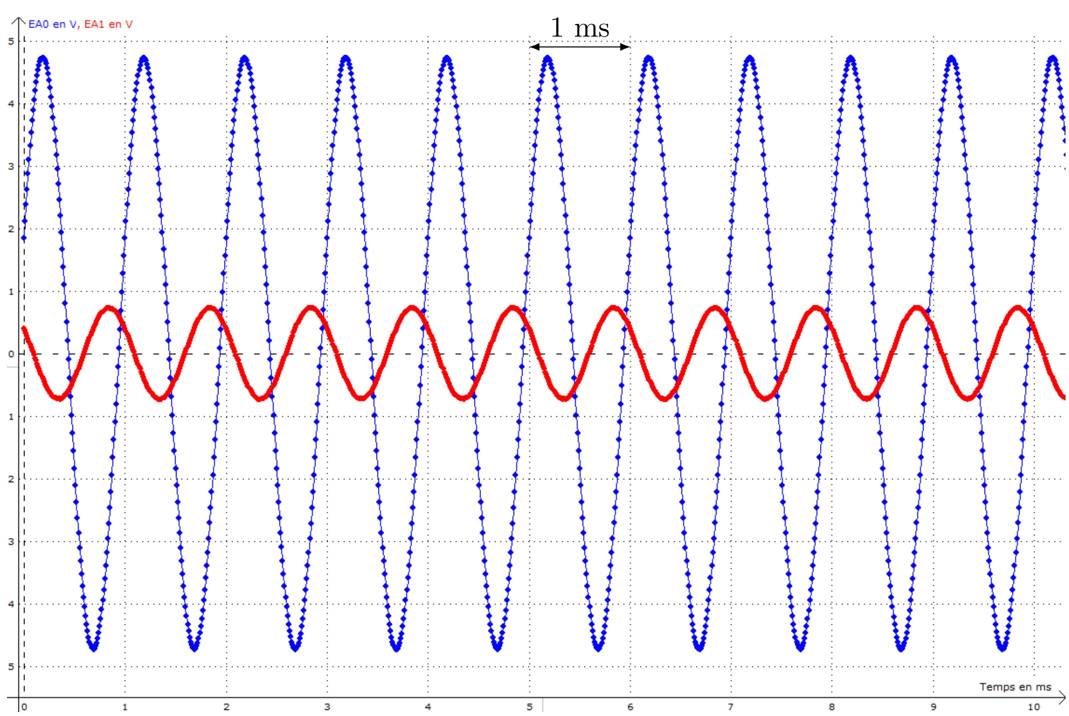


— la fréquence de la réponse est la même ;

— l'amplitude de la réponse est un peu plus grande (4 V contre 3 V pour l'excitation) ;

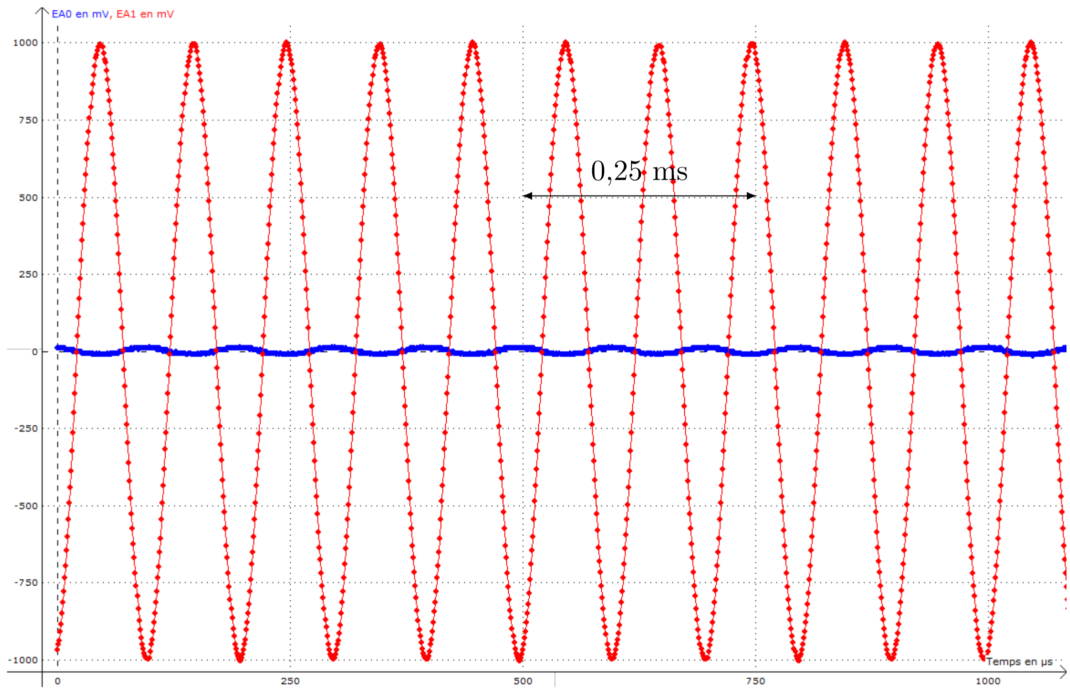
— le signal de réponse est un peu déphasé, il est en retard par rapport à l'excitation (le maximum de la réponse se produit un peu après le maximum de l'excitation).

3. Si la fréquence d'excitation f est de 1 kHz :



— la fréquence de la réponse est la même ;
— l'amplitude de la réponse est beaucoup plus grande (4,7 V contre 0,8 V pour l'excitation) ;
— le signal de réponse est déphasé, il est en retard d'environ un quart de période par rapport à l'excitation.

4. Si la fréquence d'excitation f est de 10 kHz :

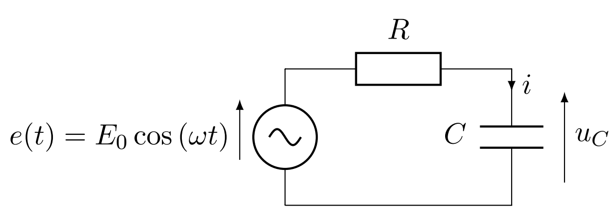


— la fréquence de la réponse est la même ;
— l'amplitude de la réponse est beaucoup plus petite ;
— le signal de réponse est en opposition de phase par rapport à l'excitation.

2 Le régime sinusoïdal forcé

2.1 Exemple du circuit RC

Étudions le circuit RC pour commencer.



On écrit la loi des mailles :

$$u_C + u_R = e$$

Or $u_R = Ri$ et $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ donc :

$$u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = e$$

D'où, en introduisant $\tau = RC$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E_0}{\tau}\cos(\omega t)$$

La solution générale de cette équation différentielle s'écrit comme :

— la solution de l'équation homogène :
$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$$
qui est :
$$u_{C,H}(t) = K \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

— une solution particulière de l'équation. Il est possible de montrer que l'on peut trouver une solution sinusoïdale à la même pulsation ω, éventuellement déphasée, à cette équation :
$$u_{C,P}(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

— La solution générale est donc :
$$u_C(t) = K \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + U \cos(\omega t + \varphi)$$

K dépend des conditions initiales, mais U et φ dépendent du circuit (ici R, C, ω et E_0).

Ainsi après un régime transitoire durant quelques fois τ, s'établit un régime permanent sinusoïdal, à la pulsation ω. L'amplitude U et la phase φ n'évoluent pas dans le temps.

2.2 Le régime sinusoïdal forcé

Définition. Lorsque le système est soumis à une excitation sinusoïdale, le **régime sinusoïdal forcé** correspond au régime établi après la disparition du régime transitoire.

En régime sinusoïdal forcé, si l'excitation est de la forme :
$$e(t) = E_0 \cos(\omega t)$$
en régime sinusoïdal forcé, les différentes tensions et intensités dans le circuit sont de la forme :
$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$
Où U et φ sont deux constantes dépendant du système et de l'excitation.

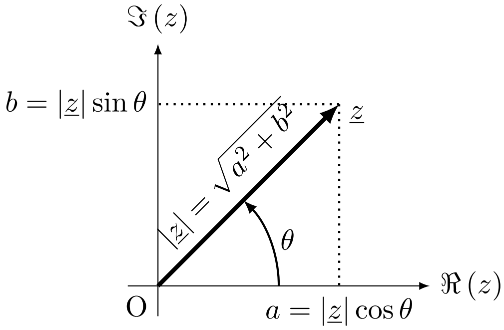
L'objectif de ce chapitre est de calculer U et φ.

3 Méthode complexe

Une méthode est d'introduire la formule $U\cos(\omega t + \varphi)$ dans l'équation différentielle et de rechercher U et φ. Cette méthode est très calculatoire. Nous allons voir une méthode plus astucieuse basée sur les nombres complexes.

3.1 Rappel mathématique : les nombres complexes

On rappelle qu'un nombre complexe z peut se mettre sous deux formes $z = a + \mathrm{i}b$ ou $z = re^{\mathrm{i}\theta}$. r désigne le module du nombre complexe : $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ son argument. On retrouve géométriquement ce résultat sur le schéma ci-dessous :



Pour obtenir l'argument θ d'un nombre complexe, on distingue selon le signe de a :

$$\boxed{\begin{aligned}\theta &= \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \text{ si } a > 0\\ &= \pm\frac{\pi}{2} \text{ selon le signe de } b \text{ si } a = 0\\ &= \pi - \arctan\left(\frac{b}{-a}\right) \text{ si } a < 0\end{aligned}}$$

Définition. En physique, lors de l'étude des régimes sinusoïdaux forcés, on note j le nombre complexe tel que :

$$\mathrm{j}^2 = -1$$

On utilise cette notation pour ne pas confondre avec l'intensité électrique en général notée i.

3.2 Le signal complexe

Signal complexe : À un signal réel $u(t) = U\cos(\omega t + \varphi)$ on associe la fonction :

$$\underline{u}(t) = Ue^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}$$

de telle sorte que :

$$u(t) = \Re\left(\underline{u}(t)\right)$$

On souligne u pour faire remarquer qu'il s'agit du signal complexe et non du signal réel.

Cette notation exponentielle est plus simple à utiliser du fait des propriétés de l'exponentielle. On peut en effet écrire :

$$\underline{u}(t) = Ue^{\mathrm{j}\omega t}e^{\mathrm{j}\varphi}$$

Amplitude complexe : On définit l'amplitude complexe d'un signal réel $u(t) = U\cos(\omega t + \varphi)$ comme :

$$\underline{U} = Ue^{\mathrm{j}\varphi}$$

En régime sinusoïdal forcé, tout signal complexe peut se mettre sous la forme :

$$\underline{u}(t) = \underline{U}e^{\mathrm{j}\omega t}$$

À partir de la connaissance de l'amplitude complexe, on peut obtenir :
- l'amplitude réelle est le **module** de l'amplitude complexe : $U = |\underline{U}|$;
- la phase est l'**argument** de l'amplitude complexe : $\varphi = \arg(\underline{U})$.

3.3 Dérivation

L'intérêt de la notation complexe est qu'elle simplifie fortement les calculs de dérivée. En effet, si on note $\underline{u}(t) = Ue^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}$:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\underline{u}}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}Ue^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}}{\mathrm{d}t}\\ &= U\frac{\mathrm{d}e^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}}{\mathrm{d}t}\\ &= \mathrm{j}\omega Ue^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}\\ &= \mathrm{j}\omega\underline{u}\end{aligned}$$

Dériver un signal complexe est équivalent à le multiplier par jω.

En régime sinusoïdal forcé, on peut ainsi ramener les équations différentielles à des calculs algébriques.

4 Retour sur le circuit RC

Reprenons le problème du circuit RC soumis à $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On étudie la tension aux bornes du condensateur en régime sinusoïdal forcé :

$$u_C(t) = U_C \cos(\omega t + \varphi)$$

Les signaux complexes correspondant sont :

$$\underline{e}(t) = E_0 e^{j\omega t}$$

$$\underline{u}_C(t) = U_C e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{U}_C \mathrm{e}^{j\omega t}$$

On cherche les constantes U_C et φ contenue dans la grandeur complexe $\underline{U}_C$. L'équation différentielle est :

$$RC \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) + u_C(t) = E_0 \cos(\omega t)$$

En injectant les signaux complexes :

$$RC\mathrm{j}\omega \underline{U}_C e^{j\omega t} + \underline{U}_C e^{j\omega t} = E_0 e^{j\omega t}$$

Donc :

$$\mathrm{j}RC\omega \underline{U}_C + \underline{U}_C = E_0 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\underline{U}_C = \frac{E_0}{1 + \mathrm{j}RC\omega}}$$

Amplitude réelle du signal. L'amplitude réelle est le module de l'amplitude complexe :

$$U_C = \left| \frac{E_0}{1 + \mathrm{j}RC\omega} \right| = \frac{|E_0|}{|1 + \mathrm{j}RC\omega|}$$

$$\boxed{U_C = \frac{E_0}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}}$$

Phase du signal. La phase du signal est l'argument de l'amplitude complexe :

$$\varphi = \arg\left(\frac{E_0}{1 + \mathrm{j}RC\omega}\right) = -\arg(1 + \mathrm{j}RC\omega)$$

$$\boxed{\varphi = -\arctan(RC\omega)}$$

Signal réel. Ainsi, on obtient en régime sinusoïdal forcé :

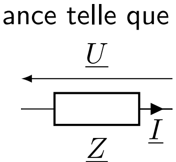
$$\boxed{u_C(t) = \frac{E_0}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cos(\omega t - \arctan(RC\omega))}$$

5 Impédances

5.1 Introduction

Définition. On définit en régime sinusoïdal forcé, **en convention récepteur**, l'impédance telle que :

$$\underline{U} = \underline{Z}\, \underline{I}$$



L'unité de l'impédance est l'Ohm.

5.2 Impédances des dipôles usuels

Résistance. Le courant qui traverse une résistance et la tension à ses bornes sont reliées par la loi d'Ohm $u = Ri$. Il en est de même pour les signaux complexes, donc pour les amplitudes complexes :

$$\underline{U} = R\underline{I}$$

L'impédance d'un résistor de résistance R est

$$\underline{Z}_R = R$$

Fil. La tension aux bornes d'un fil est nulle quelque soit la valeur de l'intensité. Cela correspond à $\underline{Z} = 0$.

L'impédance d'un fil est nulle.

Interrupteur ouvert. Le courant qui traverse un interrupteur ouvert est nul quelque soit la valeur de la tension à ses bornes. Cela correspond à $1/\underline{Z} = 0$, donc à une impédance infinie.

L'impédance d'un interrupteur ouvert est infinie.

Bobine. La relation courant-tension d'une bobine est :

$$\underline{u} = L\frac{\mathrm{d}\underline{i}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{j}\omega L\underline{i}$$

Soit, en simplifiant par $e^{\mathrm{j}\omega t}$:

$$\underline{U} = \mathrm{j}\omega L\underline{I}$$

L'impédance d'une bobine d'inductance L est :

$$\underline{Z}_L = \mathrm{j}L\omega$$

Remarque.
- À basse fréquence, $\omega \longrightarrow 0$ donc $\underline{Z}_L \longrightarrow 0$: une bobine se comporte comme un fil.
- À haute fréquence, $\omega \longrightarrow +\infty$ donc $\underline{Z}_L \longrightarrow +\infty$: une bobine se comporte comme un interrupteur ouvert.

Condensateur. La relation courant-tension d'un condensateur est :

$$\underline{i} = C\frac{\mathrm{d}\underline{u}}{\mathrm{d}t}$$

Soit, de même que pour la bobine :

$$\underline{I} = \mathrm{j}C\omega\underline{U} \qquad \text{soit} \qquad \underline{U} = \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}\underline{I}$$

L'impédance d'un condensateur de capacité C est :

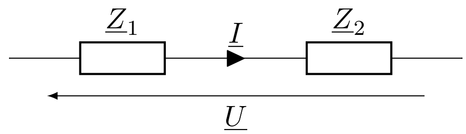
$$\underline{Z}_C = \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}$$

Remarque.
- À basse fréquence, $\omega \longrightarrow 0$ donc $\underline{Z}_C \longrightarrow +\infty$: un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.
- À haute fréquence, $\omega \longrightarrow +\infty$ donc $\underline{Z}_C \longrightarrow 0$: un condensateur se comporte comme un fil.

5.3 Lois de l'électrocinétique

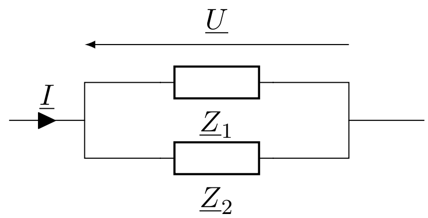
Nous pouvons transposer toutes les relations vues pour les résistances aux impédances.

5.3.1 Associations en série et en parallèle



Un ensemble de deux impédance en **série** se comporte comme une seule, d'impédance équivalente :

$$\underline{Z}_{\mathrm{eq}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

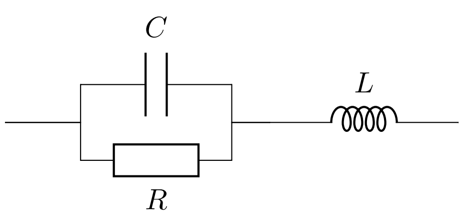


Un ensemble de deux impédance en **parallèle** se comporte comme une seule, d'impédance équivalente telle que :

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}$$

Application

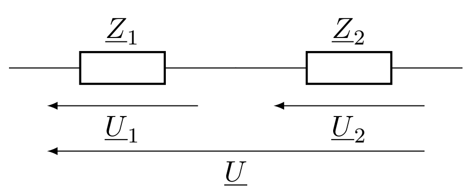
Quelle est l'impédance équivalente de ce dipôle ?



$$\underline{Z}_{\mathrm{eq}} = \frac{R \times \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}} + \mathrm{j}L\omega$$

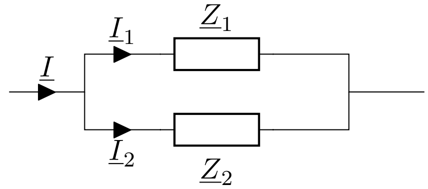
$$\boxed{\underline{Z}_{\mathrm{eq}} = \frac{R}{\mathrm{j}RC\omega + 1} + \mathrm{j}L\omega}$$

5.3.2 Les ponts diviseurs



Le **pont diviseur de tension** indique que

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U} \qquad \text{et} \qquad \underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}$$



Le **pont diviseur de courant** indique que

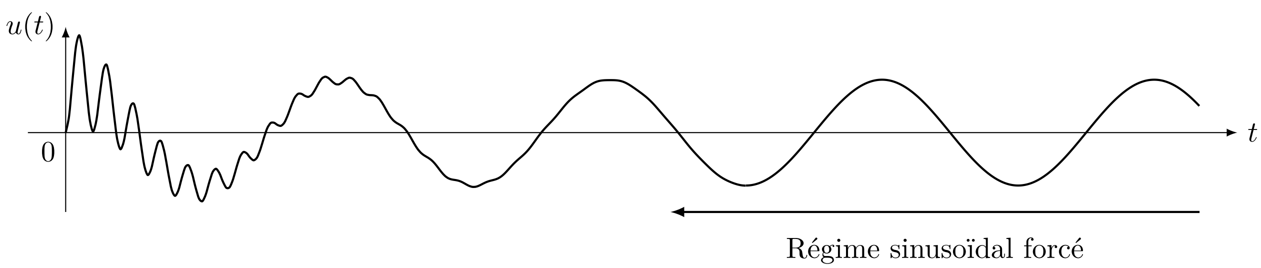
$$\underline{I}_1 = \frac{1/\underline{Z}_1}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2}\underline{I} \qquad \text{et} \qquad \underline{I}_2 = \frac{1/\underline{Z}_2}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2}\underline{I}$$

6 Bilan

6.1 Le régime sinusoïdal forcé

Lorsque l'on soumet un circuit à une excitation sinusoïdale :

1. on observe un court régime transitoire ($K \exp(-t/\tau)$ pour un système d'ordre 1, un régime pseudo-périodique ou apériodique pour un système d'ordre 2).



2. ce régime disparaît très vite, on concentre notre étude sur la recherche de la solution particulière :

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

   ω est la pulsation de l'excitation, U et φ **ne dépendent pas des conditions initiales**, mais du circuit et de ω.

3. pour trouver U et φ, on définit :
   — le signal complexe $\underline{u}(t) = U \exp(\mathrm{j}(\omega t + \varphi))$ si bien que $u(t) = \Re(\underline{u}(t))$;
   — l'amplitude complexe $\underline{U} = Ue^{\mathrm{j}\varphi}$ si bien que $\underline{u}(t) = \underline{U}e^{\mathrm{j}\omega t}$;
   — on peut alors retrouver l'amplitude réelle U et la phase φ à partir de $\underline{U}$:

$$U = |\underline{U}| \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arg(\underline{U})$$

6.2 Méthode

Pour étudier un circuit en RSF (régime sinusoïdal forcé) :

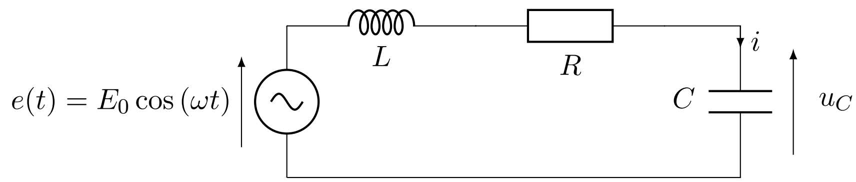
1. On refait le circuit en remplacant les composants passifs (R, L et C) par leurs impédances et les tensions par leurs amplitudes complexes ;
2. on recherche l'amplitude complexe de la tension étudiée, souvent par un pont diviseur ;
3. on retrouve l'amplitude réelle et la phase

$$U = |\underline{U}| \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arg(\underline{U})$$

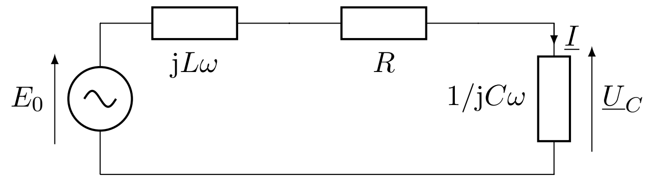
7 Étude du circuit RLC en régime sinusoïdal forcé

7.1 Position du problème

On considère maitenant l'exemple du circuit RLC.



On refait le circuit en remplacant les composants passifs (R, L et C) par leurs impédances et les tensions par leurs amplitudes complexes :



7.2 Résonance en tension

Pour obtenir l'amplitude complexe, on fait un simple pont diviseur de tension :

$$\underline{U}_C = \frac{1/(\mathrm{j}C\omega)}{1/(\mathrm{j}C\omega) + R + \mathrm{j}L\omega} E_0 = \frac{1}{1 + \mathrm{j}RC\omega + LC\,(\mathrm{j}\omega)^2} E_0$$

On rappelle que, pour le circuit RLC série $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$. Donc $LC = \dfrac{1}{\omega_0^2}$ et $\dfrac{1}{\omega_0 Q} = R\sqrt{\dfrac{C}{L}}\sqrt{LC} = RC$. Ainsi :

$$\boxed{\underline{U}_C = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0 Q} + \left(\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} E_0}$$

Amplitude.

$$\underline{U}_C = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0 Q} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} E_0 \qquad \text{donc} \qquad |\underline{U}_C| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}} E_0$$

Étude graphique (page suivante). On représente les graphiques de l'amplitude (à gauche) et de la phase (à droite).

> **Résonance :** Le phénomène de résonance correspond à l'existence d'une pulsation ω_R non nulle telle que l'amplitude du signal soit maximale.

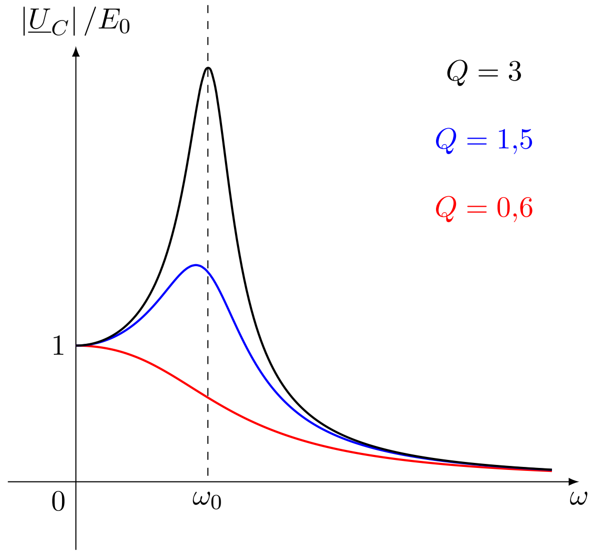
Ici, la résonance apparaît pour $Q = 1{,}5$ et $Q = 3$. Elle n'existe que si $Q > 1/\sqrt{2} \approx 0{,}71$. En effet, $|\underline{U}_C|$ est maximal si

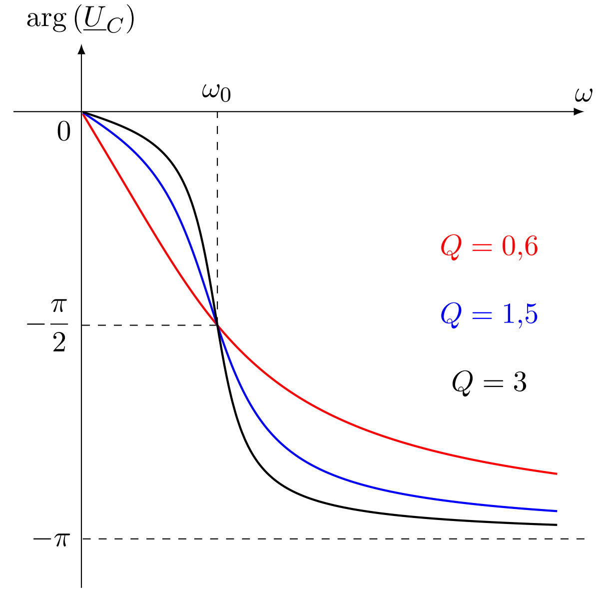
$$\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4$$

est minimal. C'est le cas quand :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = \frac{-\left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)}{2} = 1 - \frac{1}{2Q^2}$$

La valeur de ω correspondante n'est définie que si $2Q^2 > 1$ soit $Q > 1/\sqrt{2}$.

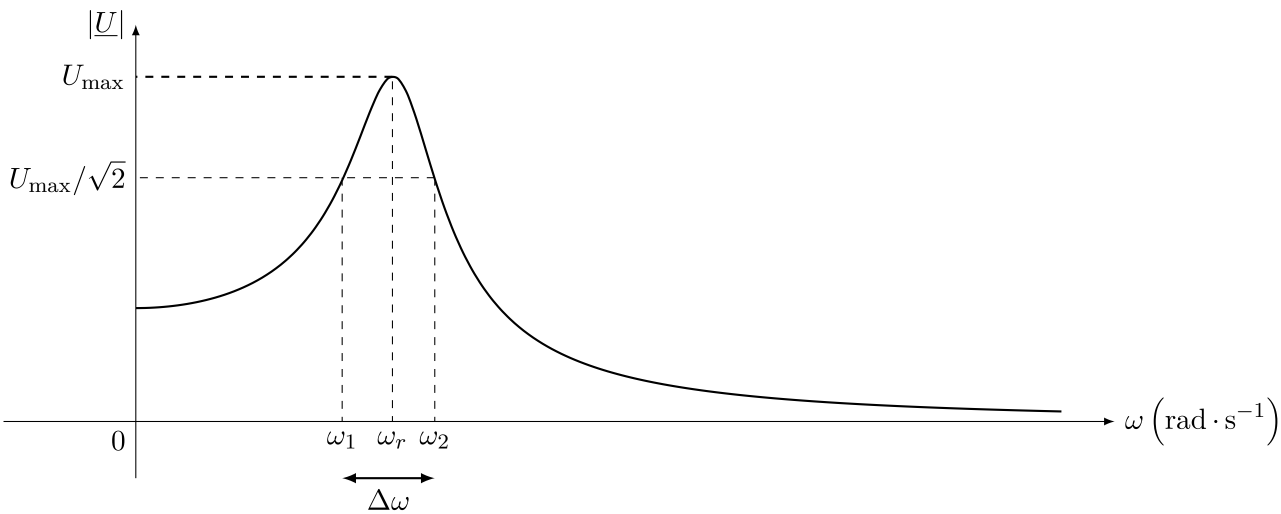




Bande passante : La bande passante d'un système correspond à l'ensemble des pulsations telles que

$$|\underline{U}| > \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Il faut être capable de mesurer la pulsation de résonance et la bande passante sur un graphique de ce type.



La bande passante est l'intervalle $[\omega_1; \omega_2]$.

L'amplitude de U_C au pic est d'environ QE_0. La bande passante est d'autant plus étroite que Q est élevé.

7.3 La résonance en intensité

Pour obtenir l'intensité, on écrit :

$$\underline{I} = \frac{E_0}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}} = \frac{E_0}{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega} + R + \mathrm{j}L\omega} = \frac{E_0/R}{\frac{1}{\mathrm{j}RC\omega} + 1 + \mathrm{j}\frac{L}{R}\omega}$$

On identifie le facteur de qualité et la pulsation propre du RLC série :

$$\frac{Q}{\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{LC} = \frac{L}{R} \qquad \text{et} \qquad \omega_0 Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{RC}$$

Donc :

$$\underline{I} = \frac{1}{1 - \mathrm{j}Q\frac{\omega_0}{\omega} + \mathrm{j}Q\frac{\omega}{\omega_0}} E_0 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\underline{I} = \frac{E_0}{R}\,\frac{1}{1 + \mathrm{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}}$$

Amplitude.

$$|\underline{I}| = \frac{E_0}{R}\,\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$|\underline{I}|$ est maximal si $\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2$ est minimal, donc si le carré s'annule, soit si $\omega = \omega_0$. Nous voyons que la résonance en intensité a toujours lieu, quelle que soit la valeur de Q. Dans ce cas, $|\underline{I}| = E_0/R$.

Bande passante. La bande passante est l'intervalle de fréquence pour lequel :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{soit} \qquad \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \leq \frac{1}{Q^2}$$

On résout les deux équations, on ne conserve que la racine positive. Les bornes de l'intervalle sont :

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} + 1}\right) \qquad \text{et} \qquad \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} + 1}\right)$$

La largeur de la bande passante vaut :

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

Ainsi, plus le facteur de qualité est élevé, plus la résonance est aïgue.

Graphiques de l'amplitude et de la phase :