Élec

# Bilan

## 1 Bases de l'électronique

### 1.1 Courant électrique

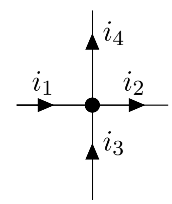
- **Définition.** Un courant électrique est un flux de charges. Si pendant un temps $\mathrm{d}t$, il passe une charge $\mathrm{d}q$ à travers une surface, on définit l'intensité électrique comme :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

  Elle s'exprime en C/s ou en A.
- **Loi des nœuds.**

  Dans l'ARQS, la somme des courant arrivant sur un nœud est égale à la somme des courant en partant :

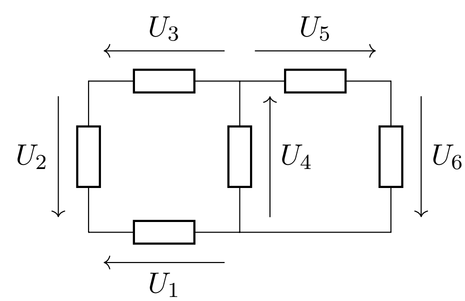
$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4$$




### 1.2 Tension électrique

- **Définition.** La tension électrique entre deux points A et B correspond à la différence de potentiel électrique entre ces points $U_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}$. Elle s'exprime en Volts (V).
- **Loi des mailles.** La somme des tensions le long d'une maille est nulle.

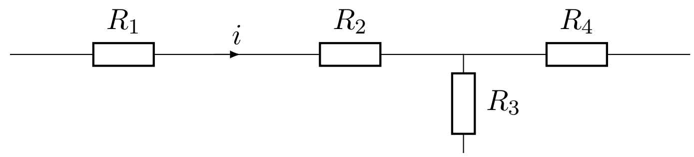
$$U_1 = U_2 + U_3 + U_4$$
$$U_1 + U_5 + U_6 = U_2 + U_3$$
$$U_4 + U_5 + U_6 = 0$$



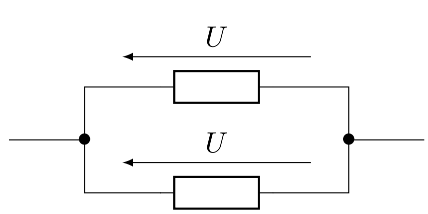

### 1.3 Vocabulaire de l'électronique

- **Série.** Deux dipôles sont en série s'ils sont parcourus par le même courant.

  $R_1$ et $R_2$ sont en série. $R_2$ et $R_3$ **ne le sont pas**.

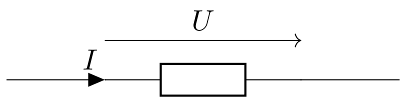



- **Parallèle.** Deux dipôles sont en parallèle si la tension à leur bornes est la même.

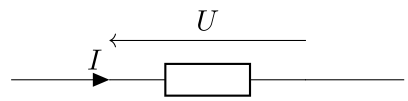


## 1.4 Puissance électrique

- **Conventions.** Lorsque les flèches représentant la tension et l'intensité sont dans le même sens, l'orientation est en convention générateur. Sinon, on est en convention récepteur.




Convention générateur

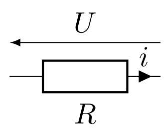



Convention récepteur

- **Puissance délivrée et reçue.** La puissance délivrée est l'opposé de la puissance reçue.
- **Expressions.** En convention **générateur**, le produit $\mathcal{P} = UI$ représente la puissance électrique **générée** par le dipôle. En convention **récepteur**, le produit $\mathcal{P} = UI$ représente la puissance électrique **reçue** par le dipôle.

## 1.5 Résistance électrique

- **Loi d'Ohm.** En convention récepteur, aux bornes d'une résistance, $U = Ri$. $R$ s'exprime en ohm ($\Omega$).



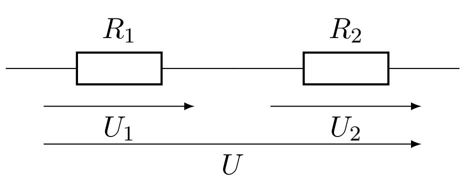

- **Association en série.** Des résistances $R_1$, $R_2$, ..., $R_n$ en série se comportent comme une résistance équivalente :

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

- **Association en parallèle.** Des résistances $R_1$, $R_2$, ..., $R_n$ en parallèle se comportent comme une résistance équivalente telle que :

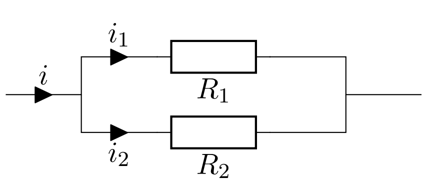
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

- **Pont diviseur de tension.** Lorsque deux résistances $R_1$ et $R_2$ sont <u>**en série**</u>, la tension se répartit ainsi :




$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

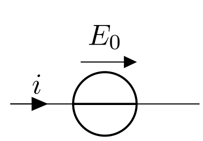
- **Pont diviseur de courant.** Lorsque deux résistances $R_1$ et $R_2$ sont <u>**en parallèle**</u>, le courant se répartit ainsi :



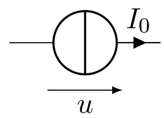

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i$$

## 1.6 Générateurs

- **Générateur de tension idéal.** Un générateur de tension idéal possède une tension $E_0$ à ses bornes quelque soit le courant $i$. Le courant qu'il délivre est quelconque.



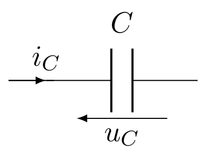
- **Générateur de courant idéal.** Un générateur de courant idéal délivre un courant $I_0$ quelque soit la tension $u$ à ses bornes. La tension à ses bornes est quelconque.




- **Générateur de tension réel.** Un générateur de tension réel possède une résistance interne $r$. La tension $U$ à ses bornes est, en convention générateur :
$$U = E_0 - ri$$

### 1.7 Condensateurs

- **Relation courant-tension.** $C$ est la capacité et s'exprime en farad (F).

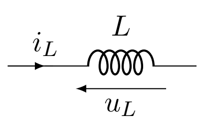



En **convention récepteur**, $i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

- **Continuité.** La **tension** aux bornes d'un condensateur est une fonction continue (sans variation instantanée).
- **Régime permanent.** Un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert : le **courant** le traversant est nul.
- **Énergie.** L'énergie stockée dans un condensateur est :
$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu_C^2$$

### 1.8 Bobines

- **Relation courant-tension.** $L$ est l'inductance et s'exprime en henry (H).




En **convention récepteur**, $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$

- **Continuité.** Le **courant** traversant une bobine est une fonction continue (sans variation instantanée).
- **Régime permanent.** Une bobine se comporte comme un fil : la **tension** à ses bornes est nulle.
- **Énergie.** L'énergie emmagasinée dans une bobine est :
$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li_L^2$$

## 2 Équations différentielles

### 2.1 Méthodes

- **Établissement d'une équation différentielle.**
  1. Flécher tous les tensions et les courants du circuit.
  2. Écrire la loi des nœuds et la loi des mailles.
  3. **En prenant garde aux notations et aux conventions** : écrire la loi d'Ohm aux bornes des résistances, les relations courant-tension correspondantes aux bornes des condensateurs et des bobines.

4. Pour obtenir une équation différentielle sur une tension $u$ : exprimer tous les tensions et les courants du circuit en fonction de $u$, et les remplacer dans la loi des mailles, de façon à n'avoir que $u$ et des constantes (tension ou courant du générateur, résistances, capacités, inductances).

- **Résolution d'une équation différentielle.** Quelque soit l'ordre (1 ou 2) ou le second membre (constant ou variable) :
  1. Résoudre l'équation homogène.
  2. Rechercher une solution particulière.
  3. Écrire la solution générale.
  4. Établir les conditions initiales.
  5. Exprimer les constantes d'intégration avec les conditions initiales : **utiliser la solution générale.**

## 2.2 Exemples

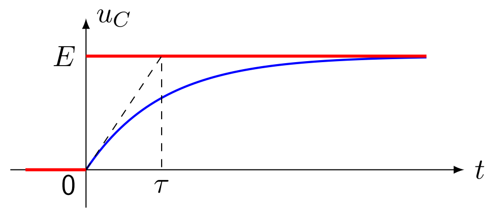
Il faut **absolument** savoir établir les équations différentielle et les résoudre dans les cas cités.

- **Circuit RC soumis à un échelon.** L'équation différentielle est, avec $\tau = RC$ :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$$

Ainsi, si $u_C(0) = 0$ :

$$u_C(t) = E\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

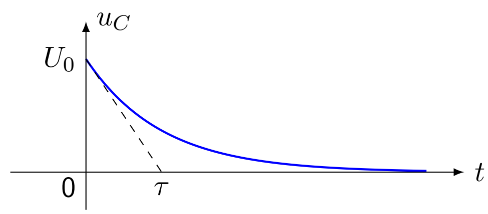



- **Décharge d'un circuit RC.** L'équation différentielle est, avec $\tau = RC$ :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$$

Ainsi, si $u_C(0) = U_0$ :

$$u_C(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

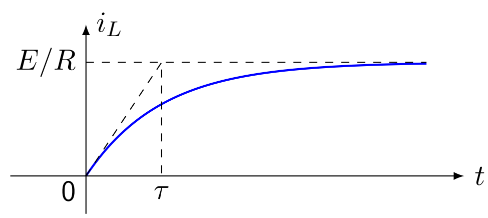



- **Circuit RL soumis à un échelon.** L'équation différentielle est, avec $\tau = L/R$ :

$$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i_L = \frac{E}{L}$$

Ainsi, si $i_L(0) = 0$ :

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

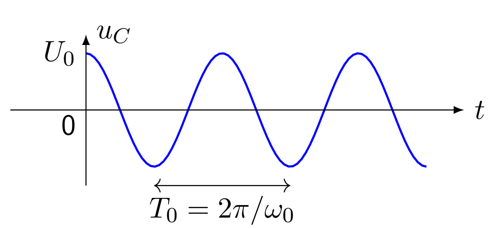



- Pour ces trois premiers exemples, la durée du régime transitoire à 99% est $4{,}6\tau$.
- **Circuit LC.** L'équation différentielle est, avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u_C = 0$$

Ainsi, si $u_C(0) = U_0$ et $i(0) = 0$ :

$$u_C(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$$

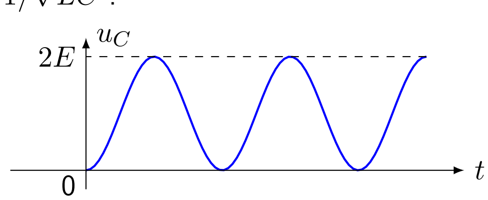



- **Circuit LC soumis à un échelon.** L'équation différentielle est, avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E$$

Ainsi, si $u_C(0) = 0$ et $i(0) = 0$ :

$$u_C(t) = E - E\cos(\omega_0 t)$$



▶ **Circuit RLC en régime libre.** L'équation différentielle est, avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_C = 0$$

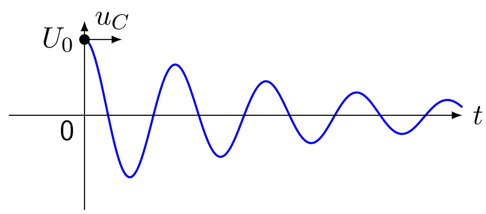
— Si $Q > 1/2$, le régime est qualifié de **pseudo-périodique**, on a :

$$u_C(t) = \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \times (A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))$$

il y a environ $Q$ oscillations amorties à la pulsation $\omega \approx \omega_0$, le régime transitoire dure donc environ $QT_0$.

Ainsi, si $u_C(0) = U_0$ et $i(0) = 0$ :

$$u_C(t) = U_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right)\left[\cos(\omega t) + \frac{1}{\sqrt{4Q^2-1}}\sin(\omega t)\right]$$




— Si $Q = 1/2$, le régime est qualifié de critique, on a :

$$u_C(t) = (At + B)\exp(-\omega_0 t)$$

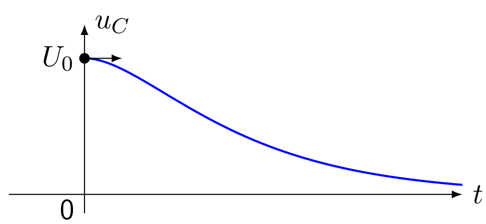
— Si $Q < 1/2$, le régime est qualifié d'**apériodique**, on a :

$$u_C(t) = A\exp(r_+ t) + B\exp(r_- t) \qquad \text{où} \qquad r_\pm = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} - \omega_0^2}$$

le régime transitoire dure donc environ $3/(Q\omega_0)$.

Ainsi, si $u_C(0) = U_0$ et $i(0) = 0$ :

$$u_C(t) = \frac{U_0}{r_+ - r_-}(r_+\exp(r_- t) - r_-\exp(r_+ t))$$




# 3 Régime sinusoïdaux forcés et filtres

## 3.1 Les signaux périodiques

▶ **Période.** Un signal $s(t)$ est périodique si et seulement s'il existe une période $T$ telle que, pour tout $t$ :

$$s(t+T) = s(t)$$

▶ **Valeur moyenne.**

$$\langle s(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\mathrm{d}t$$

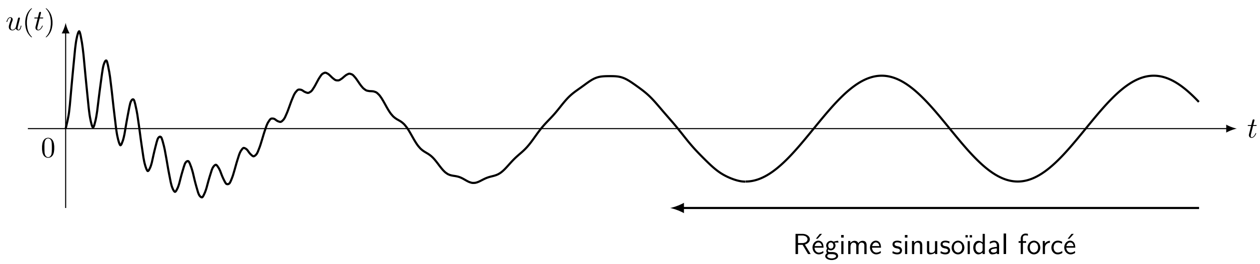
▶ **Valeur efficace.**

$$s_{\text{eff}} = \sqrt{\langle s^2(t)\rangle}$$

La valeur efficace d'un signal sinusoïdal d'amplitude $A$ est $A/\sqrt{2}$.

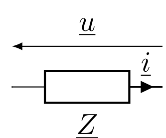
## 3.2 Le régime sinusoïdal forcé

- **Régime sinusoïdal forcé.** On soumet un circuit à une tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \sin(\omega t)$. Lors de la résolution de l'équation différentielle, la solution est la somme de la solution de l'équation homogène et de la solution particulière
$$u_P(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$
La solution de l'équation homogène, qu'elle soit du premier ou du second ordre, est transitoire et tend vers 0. Après une courte durée, il ne reste que $u_P(t)$ : c'est le régime sinusoïdal forcé.




Le but est de trouver $U$ et $\varphi$ : on utilise pour cela les nombres complexes.

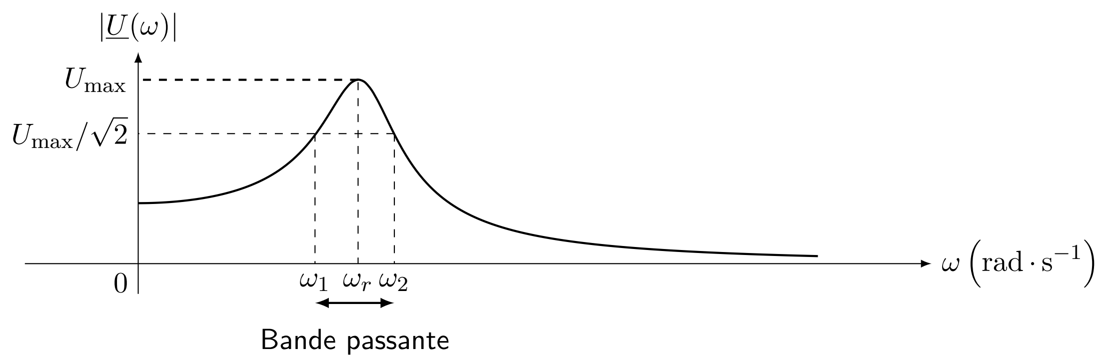
- **Signal complexe.** Au signal réel $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$ on associe :
$$\underline{u}(t) = U e^{\mathrm{j}(\omega t + \varphi)}$$
- **Amplitude complexe.** En régime sinusoïdal forcé, tout signal complexe peut se mettre sous la forme :
$$\underline{u}(t) = \underline{U} e^{\mathrm{j}\omega t}$$
L'amplitude réelle du signal est le module de l'amplitude complexe et la phase est son argument :
$$U = |\underline{U}| \qquad \varphi = \arg(\underline{U})$$
- **Dérivation.** En régime sinusoïdal forcé, dériver revient à multiplier par $\mathrm{j}\omega$.
- **Impédances.** En régime sinusoïdal forcé, **en convention récepteur**, on définit l'impédance telle que $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$. L'unité de l'impédance est l'ohm ($\Omega$).




  — L'impédance d'un fil est nulle.
  — L'impédance d'un interrupteur ouvert est infinie.
  — L'impédance d'une résistance $R$ est $R$.
  — L'impédance d'une bobine d'inductance $L$ est $\mathrm{j}L\omega$.
  — L'impédance d'un condensateur de capacité $C$ est $1/\mathrm{j}C\omega$.

  L'impédance s'utilise comme les résistances : on peut utiliser les mêmes associations en série, en parallèle, ainsi que les ponts diviseurs de tension et de courant.

- **Bande passante.** La bande passante est l'intervalle de fréquence pour lesquelles :
$$|\underline{U}(\omega)| > \frac{U_{\mathsf{max}}}{\sqrt{2}}$$
- **Résonance.** Il y a résonance si l'amplitude du signal possède un maximum pour une pulsation non nulle.




### 3.3 Filtrage

- **Définition.** Un filtre est un système qui traite un signal selon un critère fréquentiel.
- **Théorème de Fourier.** Tout signal se décompose comme somme de sinusoïdes.
- **Types de filtre.** Un filtre **passe-bas** ne laisse passer que les basses fréquences et rejette les hautes ; un filtre **passe-bande** ne laisse passer qu'une bande de fréquence et un filtre **passe-haut** ne laisse passer que les hautes fréquences et rejette les basses.
- **Fonction de transfert.** La fonction de transfert est le rapport de l'amplitude complexe du signal de sortie et de celle du signal d'entrée :
$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$$
- **Gain.** On définit le gain en décibels (dB) :
$$G_{\mathrm{dB}} = 20\log\left(|\underline{H}|\right)$$
  - Si le gain est nul, l'amplitude de sortie est égale à l'amplitude d'entrée.
  - Diviser l'amplitude par 10 équivaut à baisser le gain de 20 dB.
  - La bande passante est l'intervalle de fréquence pour lequel le gain est supérieur à $G_{\max} - 3$ dB.
- **Diagramme de Bode.** Le diagramme de Bode est le tracé de gain du filtre et de la phase en fonction du logarithme de la pulsation. Il permet d'obtenir graphiquement l'effet d'un filtre sur un signal.
- **Méthode pour l'étude d'un filtre.**
  1. On prévoit le comportement du filtre en réalisant l'étude à basses et hautes fréquences
     - Aux basses fréquences, une bobine se comporte comme un fil et un condensateur comme un interrupteur ouvert.
     - Aux hautes fréquences, un condensateur se comporte comme un fil et une bobine comme un interrupteur ouvert.
  2. On écrit le circuit en complexe : les signaux sont remplacés par leurs **amplitudes complexes** et les composants par leur **impédance**.
  3. On établit la fonction de transfert, par l'utilisation de pont diviseur de tension en général (parfois des calculs d'impédance équivalente).
  4. On calcule le module de la fonction de transfert puis le gain en dB.
  5. Pour établir l'expression des droites asymptotiques, garder le terme de plus bas degré à basse fréquence (et de plus haut degré à haute fréquence) dans l'expression de la fonction de transfert. Conclure ensuite sur le gain et la phase.
  6. À partir de diagrammes de Bode fournis, il faut savoir obtenir l'effet d'un filtre sur un signal donné, établir la bande passante et les pentes des droites asymptotiques. À partir du gain $G_{\mathrm{dB}}(\omega)$ :
$$|S| = 10^{G_{\mathrm{dB}}(\omega)/20}\,|E|$$